MEMORIA

SOBRE OS PRINCIPIOS, EM QUE SE DEVE FUNDAR QUALQUER METHODO DE CALCULAR A LONGITUDE GEOGRAFICA DE UM LOGAR; TENDO ATTENÇÃO A' FIGURA DA TERRA.

POR

MATTHEUS VALENTE DO COUTO.

INTRODUCÇÃO.

SABE-SE, que, na hypothese de ser *esferica* a figura da terra, os dous effeitos da refracção e parallaxe se verificão ambos no mesmo vertical de qualquer astro observado; e que, por isso, os dous extremos da distancia verdadeira (calculada [n. 30]) se conservão ambos nos mesmos verticaes dos astros, cujas alturas se observarem. E he o que *de ordinario* se suppõe, quando se calcula pelo methodo de Bordá a longitude pelas observações da distancia da lua a qualquer astro, e de suas alturas. O que facilmente se vê pela (fig. 3) em que o ponto Z denota o zenith do observador, e os pontos L e S os centros da lua e do sol nos seus respectivos verticaes ZLO e ZSH sobre o horisonte HO, já correctos estes centros dos effeitos da refracção e da parallaxe: porque os centros immediatamente observados são os denotados pelas letras pequenas l e s; vindo a ser o arco ls a distancia observada, e o arco LS a distancia verdadeira dos centros, que se queria; para com ella entrar (como sabemos) em qualquer dos Kalendarios calculados para um certo meridiano, a fim de achar o tempo, que se contava nesse meridiano, quando em outro se faz a observação da distancia e alturas da lua a qualquer astro. Mas querendo ter attenção á figura ellipsoidica da terra dever-se-ha seguir o methodo que vamos a expor.

CAPITULO I.

Construcções, definições, e valores analyticos de certas grandezas geometricas, no Ellipsoide terrestre.

Das Construcções e definições.

1. Suppomos (conforme as Observações geodesicas) que a figura da terra seja (fig. 1.) o volume formado pela revolução de uma ellipse $\alpha\beta\alpha'\beta'$ gyrando á roda do seu eixo menor $\beta\beta'$ immovel, o qual defira do eixo maior $\alpha\alpha'$ da quantidade β, que se chama a *ellepticidade da terra.* Seja C o centro da terra; e faça-se o semi-eixo maior $\alpha C = a$; o semi-eixo menor $\beta C = b$; será $a = b + \beta$.

2. Pela construcção precedente serão os extremos β e β' (do eixo menor) os pólos da terra; o circulo, que tem por diametro o eixo maior $\alpha\alpha'$, será o equador terrestre; e a ellipse generante $\alpha\beta\alpha'\beta'$ poderá representar qualquer *meridiano* terrestre.

3. Denote qualquer ponto O (tomado entre o equador, e o pólo) o lugar de um Observador, que tem por meridiano a ellipse generante $\alpha O \beta \alpha' \beta'$ da (fig. 1). Imagine-se agora que o ponto O (olho do observador) seja o centro de uma esfera cujos raios sejão as rectas OP, OZ, OV, OA; isto he, que seja PVA um triangulo esferico. Conduza-se

pelo ponto O a recta ZOK perpendicular a ellipse, a qual por isso virá a ser *a vertical do observador* O, e o ponto Z o seu zenith. Seja K o ponto, em que esta vertical encontra o eixo menor $\mathfrak{C}\mathfrak{C}'$. Pelo ponto O conduza-se a recta OP parallela ao eixo menor $\mathfrak{C}\mathfrak{C}'$; então o ponto P poderá representar o pólo do mundo, visto do ponto O.

4. Denote o ponto A (o lugar em que do ponto O), se veria o centro de um astro; já correcta a posição deste ponto do effeito da refracção. E supponde estar o ponto A no plano, que passa pela dita vertical ZOK; será este plano ZAK *o vertical* desse astro A.

5. Tire-se do ponto A para os pontos O e K as rectas AO, e AK; será o angulo ZOA a *distancia zenithal apparente* do astro A, isto he, a distancia zenithal vista do ponto O sobre a superficie da terra; e o angulo ZKA a sua *distancia zenithal verdadeira*, isto he, vista do ponto K; e finalmente será o angulo OAK a *parallaxe d'altura* do dito astro: de maneira que a distancia zenithal apparente referida ao zenith Z do observador he........................

$$ZOA = ZKA + OAK.$$

6. Produza-se o raio vector CO até um ponto V; será este ponto V o *zenith geocentrico*, isto he, o zenith visto do centro C da terra, e supponhamos que (n.° 4) o sobredito ponto A, centro do astro, esteja tambem no plano, que passa pela recta VOC. Tire-se, neste plano, do ponto A para os pontos O e C as rectas (*) AO e AC; será o angulo VOA *a distancia zenithal geocentrica apparente* do astro, isto he, a distancia angular vista do ponto O, e referida ao zenith geocentrico V; e o angulo VCA será a sua *distancia zenithal geocentrica verdadeira*, isto he, visto do centro C da terra; e finalmente será (neste caso) o angulo OAC a *parallaxe d'altura* do dito astro: logo a distancia zenithal apparente referida ao zenith geocentrico V he............................

$$VOA = VCA + OAC.$$

7. O angulo KOC ou VOZ (formado pela vertical ZOK e pelo raio vector CO produzido) chama-se o *Angulo da vertical* com o raio da terra.

(*) Vem a ser AO a intersecção commum dos dous planos ZAK e VAC.

8. Para poder calcular as parallaxes da altura OAK e OAC dos (n.os 5 e 6) he preciso conhecer o valor das parallaxes horisontaes, que vêm a ser as seguintes: o semi-eixo maior αC chama-se, parallaxe horisontal *equatorial*; o semi-eixo menor ζC, parallaxe *polar*; a normal OK, parallaxe *esferica*; e o raio vector OC, parallaxe *elliptica*, cujos valores adiante se acharão.

9. *Advertencia.* Imaginemos agora, que pela região do astro A, passe (fig. 1) a superficie de uma esfera, que tenha por centro o lugar do observador O: a fim de fazer, com que os triangulos esfericos, de que havemos tratar, existão todos na superficie dessa esfera, cujo centro seja o ponto O; e o raio OA. Supposta a construcção precedente: sejão ZPA e VPA dous desses triangulos esfericos, cujos vertices Z, P, A, V de seus angulos já se achão definidos em (3, 4, e 6).

10. Tire-se a recta Oc parallela a CA; e a recta Ok parallela a KA; as quaes encontrem os lados AV e AZ do triangulo esferico VAZ nos pontos c e k: será o angulo $VOc = VCA$; e o angulo $cOA = OAC$; e tambem o angulo $ZOk = ZKA$; e o angulo $kOA = OAK$. Advirta-se que o ponto k está no circulo maximo PcO; logo Pkc he o mesmo meridiano, que passa pelo centro verdadeiro c do astro.

11. Finalmente; se (fig. 1) com o centro em A, e com o arco AZ descrevermos o pequeno arco Zm, que corte o arco AV no ponto m: será Vm a correcção que se deve applicar ao arco AZ para ter a distancia zenithal geocentrica verdadeira AV: o que dará $AV = AZ \pm Vm$; conforme for o azimuth verdadeiro ZVA um angulo *agudo* ou *obtuso.*

Dos valores analyticos das grandezas antecedentemente definidas.

12. Como o fim a que nos propomos he reduzir as observações feitas sobre a superficie da terra ás que se farião (se possivel fosse) no centro della; e o angulo da vertical entra em todas as expressões das sobreditas grandezas, que servem para essa reducção: principiaremos pois

por achar a expressão analytica deste angulo; da maneira seguinte:

13. Seja (fig. 1) $\alpha O \zeta \alpha'$ a ellipse (n. 8) cujo semi-eixo maior $C\alpha = a$, e o menor $C\zeta = b$; e a razão de $a : b = \rho$; logo (se a recta perpendicular OM sobre $\zeta\zeta'$ representar a ordenada) será a equação da ellipse, referida ao eixo menor, a seguinte ....

$$y^2 = a^2 - \rho^2 x^2;$$

e a subnormal $KM = \rho^2 x$; sendo x a abcissa contada do centro C. Seja L a latitude de um logar terrestre O; será o angulo ZOP ou $ZKM = a$ distancia do zenith ao pólo $P =$ o complemento da latitude L; e logo he o angulo $KOM = L$. Seja λ a latitude reduzida a ser vista do centro C da terra; e o angulo da vertical $KOC = \alpha$; será VOP ou $VCM =$ a distancia do zenith V ao pólo $P =$ o complemento da latitude λ; e logo he o angulo $COM = \lambda$ por tanto he $L - \lambda = \alpha$. Mas nos triangulos rectangulos KOM e COM he Sen L : Sen $(90° - L)$: : $KM = \rho^2 x$: OM; e Sen $(90° - \lambda)$: Sen λ : : OM : $CM = x$: isto he, Sen L: Cos L : : $\rho^2 x$: y, e Cos λ : Sen λ : : y : x; e he $\lambda = L - \alpha$; logo será ....

$$\frac{\text{Sen}\,(L-\alpha)}{\text{Cos}\,(L-\alpha)} = \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\text{Sen}\,L}{\text{Cos}\,L};$$

desenvolvendo o seno e o coseno da differença; tirando depois $\frac{\text{Sen}\,L}{\text{Cos}\,L}$ de um e outro membro; acharemos, que he

Sen $\alpha = \frac{\rho^2 - 1}{\rho^2}$ Sen L (Cos L Cos α + Sen L Sen α); dividindo agora por Ces α; e tirando o valor de tg. α, teremos..

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\rho^2-1}{\rho^2}\,\text{Sen}\,L\,\text{Cos}\,L\,\left(1 + \frac{\rho^2-1}{\rho^2}\,\text{Sen}^2\,L\right)^{-1};$$

Logo (elevando ao expoente -1) acharemos ....

$$\text{tg.}\,\alpha = \frac{\rho^2-1}{\rho^2}\,\text{Sen}\,L\,\text{Cos}\,L + \left(\frac{\rho^2-1}{\rho^2}\right)^2 \text{Sen}^3\,L\,\text{Cos}\,L + \text{etc.}$$

Ora sendo $b=1$, $a=1+\beta$, será $\frac{a}{b}$ ou $\rho=1+\beta$; logo $\frac{\rho^2-1}{\rho^2}=2\beta-3\beta^2+4\beta^3+$ etc.; e logo, despresando os termos que entra β^2, β^3, etc.; teremos.................

$$tg.\ \alpha=\beta\ \text{Sen.}\ 2L\text{, ou}\ldots\ \alpha=\frac{\beta.\ \text{Sen}\ 2L}{\text{Sen}\ 1'}\ (\text{em minutos})$$

Se nesta ultima formula fizermos, a ellipticidade $\beta=\frac{1}{300}$, acharemos, que o valor do angulo da vertical he.........

$$\alpha=11'\ 27'',5\ \text{Sen}\ 2L.$$

14. Para poder calcular (fig. 1) as parallaxes d'altura dos (n.os 5 e 6) he preciso conhecer os valores das parallaxes horisontaes OK e OC do (n.° 8); o que faremos da maneira seguinte. Faça-se a parallaxe elliptica $OC=r$; pois he $CM=x$, será, no triangulo COM rectangulo, $1:\text{Sen}\ (L-\alpha)::r:x=r.\ \text{Sen}\ (L-\alpha)$; e $1:\text{Cos}\ (L-\alpha)::r:y=r\ \text{Cos}\ (L-\alpha)$: substituindo estes valores de x e y na equação da ellipse do numero antecedente; depois tirando o valor de r; e pondo $1-\text{Sen}^2$ em lugar de Cos^2; teremos.............................

$$r=\left(1-(1-\rho^2).\ \text{Sen}^2\ (L-\alpha)\right)^{-\frac{1}{2}};$$

elevando ao expoente $-\frac{1}{2}$; substituindo o valor de $\rho=1+\beta$; e finalmente despresando as potencias de β, e suppondo ser $\text{Sen}^2\ (L-\alpha)=\text{Sen}^2\ L$ proximamente, acharemos

$$r=a-a\beta\ \text{Sen}^2\ L.$$

Portanto tendo achado pelo Kalendario ou Ephemeride o valor da parallaxe horisontal equatorial a em minutos; achar-se-ha o valor da parallaxe elliptica r, suppondo $\beta=\frac{1}{300}$. Sabe-se que para achar o valor da correcção $a\beta$ $\text{Sen}^2\ L$, costuma usar-se de uma tabua, que ha para esse fim calculada para todas as latitudes desde o até 90°; e para os differentes valores de α.

15. Para achar a parallaxe horisontal *esferica* $OK = n$; temos (no triangulo rectangulo KOM) $1 : \text{Sen.}\ L :: n : KM$, ou $\rho^2 . x = n$. Sen L; substituindo este valor de x na sobredita equação da ellipse; tirando o valor de n; e pondo $1 -$ Sen^2 em vez de Cos^2; e $y = n$. Cos L, teremos

$$n = \alpha \left(1 - \left(\frac{\rho^2 - 1}{\rho^2}\right) \text{Sen}^2\ L\right)^{-\frac{1}{2}};$$

elevando ao expoente $-\frac{1}{2}$; substituindo o valor de $\rho = 1 + \beta$; e despresando as potencias de β, acharemos

$$n = a + a\beta\ \text{Sen}^2\ L.$$

Para calcular esta parallaxe esferica n; procederemos como se disse no fim do numero antecedente.

16. *Applicações.* Servem as mencionadas parallaxes r e n para calcular (fig. 1) as parallaxes da altura, ou os angulos OAC e OAK; a fim de passar (como se sabe) dos angulos VOA e ZOA, observados do ponto O aos angulos VCA e ZKA, que se observarião do ponto C. Demais: sendo a differença das distancias zenithaes $AV - AZ = Vm$; e no triangulo VZm, considerado como rectilineo e rectangulo, sendo $1 : \text{Cos}\ V :: VZ = \alpha : Vm = \alpha$. Cos V; será (n. 11) a distancia zenithal apparente $AV = AZ + \alpha$ Cos V. Mas he a parallaxe da altura $OAK = AOk = Ak$; e a parallaxe $OAC = AOc = Ac$: logo será o arco $Ak = OK$. Sen AZ; e o arco $Ac = OC$. Sen AV; isto he, serão estes dous arcos as parallaxes da altura, que se querião.

NOTA.

17. Havemos tratado em os n.os (14 e 15) de achar sómente os valores da parallaxe elliptica $= r$, e da parallaxe esferica $= n$; porque estas, como se verificão n'um mesmo meridiano Pkc pelo (n. 10), não podem fazer variar o

angulo horario VPc do astro A visto no ponto c: o que não acontece, quando usamos de outra parallaxe horisontal differente destas; como agora veremos.

18. Para isso: tire-se (fig. 1) pelo ponto C (centro da terra elliptica) a recta HCR perpendicular a vertical ZOK, que se cortem no ponto Q; virá a ser $HQCR$ o horisonte racional do observador O: logo será (neste caso) a recta OQ, o que ordinariamente se chama *parallaxe horisontal*, sendo a figura da terra esferica. Tire-se agora pelo ponto O (lugar do observador) a recta Oq parallela á recta QA: será o arco Aq (tomado na distancia zenithal AZ) a parallaxe d'altura; isto he, o angulo OAQ ou $AOq = ZOA - ZQA$. Vê-se portanto que o angulo horario VPc tem então uma pequena variação cPq: como se queria mostrar.

19. Acha-se o valor OQ pelo triangulo rectangulo COQ; que dá $1 : \text{Cos}\ O : : OC : OQ$, isto he, $1 : \text{Cos}\ \alpha : : r : \pi$, sendo $OQ = \pi$; logo $\pi = r\ \text{Cos.}\ \alpha = r\ (1 - 2\ \text{Sen.}^2 \frac{1}{2}\ \alpha) = r - 2\,r\ \text{Sen}^2 \frac{1}{2}\ \alpha$; e despresando (*) este ultimo termo; teremos proximamente $\pi = r$.

CAPITULO II.

Exposição dos principios, em que se deve fundar qualquer methodo de calcular a longitude, no Ellipsoide terrestre.

20. *Advertencia.* Havemos dito (n. 10), que (fig. 1) o ponto c era o logar, onde (em um tempo dado) se veria o astro A do ponto O, como se fosse visto do centro C da terra; que vale o mesmo que dizer, que o ponto c (nesse tempo dado) denota a posição media desse astro, já correcta da sua precessão, nutação, e abberração, que vêm a ser a sua *posição verdadeira*: mas como, bem se sabe, o astro he visto do ponto O, em um logar differente de c; porque a

(*) Por ser menor que $1''$ de gráo: como he facil de vêr: pondo $\alpha = 12'$ o maior valor de α.

sua posição verdadeira he affecta dos effeitos da parallaxe, e da refracção; e por isso então se lhe chama a sua *posição apparente*, ou a sua *posição observada*. O que faremos vêr por meio da (fig. 2), cuja construcção he como se segue.

21. Representa (fig. 2) o circulo PZV o meridiano de um observador, cujo zenith he Z; o ponto P o pólo; e o ponto V o zenith geocentrico. Denotem os pontos o e o' os centros de dous astros observados; serão os arcos Zo e Zo' as distancias zenithaes observadas, e arco oo' será a sua *distancia dos centros observada:* logo os tres lados do triangulo esferico Zoo' serão todos *apparentes*.

22. No triangulo Zoo' produzão-se os lados Zo e Zo' até os pontos A e A', em que os astros se verião se não houvesse *refracção;* então será o arco AA' *a distancia dos seus centros já correcta da refracção*.

23. Tire-se agora do zenith geocentrico V para os dittos pontos A e A' os arcos VA e VA', que serão as distancias zenithaes geocentricas; e tome-se em AV o arco Ac para denotar o effeito da parallaxe; e em $A'V$ outro arco $A'c'$ para tambem denotar a parallaxe; será finalmente cc' *a distancia verdadeira dos dittos centros:* pois seria esta a distancia, que se veria do centro da terra.

Do methodo de longitude feito pela observação da distancia lunar e alturas.

24. O methodo de achar a longitude geografica, pelas observações simultaneas da distancia da lua a qualquer astro, e de suas alturas, he com effeito preferivel a qualquer outro que dependa do conhecimento prévio da mesma longitude, que se busca. E consiste este methodo em fazer as observações, e o calculo, seguintes:

§. I. Observa-se simultaneamente a distancia do centro da lua ao de qualquer astro, e alturas desses centros; e juntamente seus azimuths.

§. II. Com estas cinco observações calcula-se (n. 30) a distancia verdadeira dos dittos centros.

§. III. Com esta distancia verdadeira calculada vai achar-se o tempo, que se conta em outro meridiano para que hajão Ephemerides, em que venhão calculadas as distancias lunares.

§. IV. Depois, conhecido esse tempo, e com a altura do astro, vai achar-se o tempo, que se conta no meridiano do observador.

§. V. E finalmente, tomando a differença dos tempos, que se contão nos sobredittos meridianos da Ephemeride, e da observação; teremos a differença das longitudes desses meridianos.

Tal he o methodo ordinario de calcular a longitude de um lugar terrestre, quando nelle se poderem fazer as mencionadas observações: mas para a sua verdadeira intelligencia, faz-se preciso expor circunstanciadamente o processo de todo este calculo; o que faremos da maneira seguinte.

Dados da Observação.

25. Como se não póde exactamente determinar pela observação (fig. 2) o logar o do centro da lua, e o lugar o' do centro do outro astro (sendo o sol): *observa-se por isso a distancia dos limbos dos dittos astros; e ao mesmo tempo se observão as alturas desses limbos.* Digo mais, que (no caso da terra elliptica) tambem se devem simultaneamente observar o azimuth PZo e PZo' de cada um dos sobredittos dous astros o e o'.

26. Depois corrigem-se as observações dos dittos limbos para ter as dos centros: assim, por meio do semidiametro horisontal da lua, augmentado em razão da sua altura, e correcto tambem da refracção (*) se achará (fig. 2) o ponto o, logar apparente do centro da lua; e por tanto teremos a sua *distancia zenithal apparente* Zo. Corrige-se tam-

(*) Esta correcção [ainda que pequena] he a que provêm da refracção astronomica, a qual produz certo encurtamento nos semidiametros dos astros: e sabe-se que ha uma formula para achar esta correcção.

bem o semidiametro do sol do effeito sómente da refracção para achar o logar do ponto o', e por meio delle concluir a *distancia zenithal apparente* Zo'. E finalmente por meio dos ditos semidiametros similhantemente correctos se achará a *distancia apparente*, isto he, a distancia observada oo' do centro da lua ao do sol.

Processo do Calculo.

27. Para poder achar a distancia verdadeira dos centros (n. 24 §. II.); temos (fig. 2) no triangulo esferico oZo' conhecidos (pelas observações do numero antecedente) os tres lados; $oo' = a$ dist. appar. dos centros da ☾ ao ☉.; $Zo = a$ dist. zenithal appar. da ☾; $Zo' = a$ dist. zenithal appar. do ☉: poderemos por tanto calcular o *valor do angulo* oZo', formado no zenith. (*).

28. Depois, com este angulo oZo' calculado; e com as distancias zenithaes observadas Zo e Zo', correctas porêm das suas refracções correspondentes oA e $o'A'$ em altura; isto he, com o angulo oZo', e as distancias zenithaes ZA e ZA' se calculará a distancia dos centros AA', á qual chamaremos *Distancia correcta da refracção.*

29. Depois, com esta distancia AA' calculada, e com as distancias zenithaes (n. 16) geocentricas VA e VA' se calculará o angulo AVA' formado no zenith V.

30. Depois, com este angulo AVA' calculado, e com as distancias zenithaes geocentricas Vc e Vc', (ja correctas do effeito de suas parallaxes (**) correspondentes) se

---

(*) Advirta-se porêm que ainda que pareça inutil o calculo deste angulo oZo'; pois se suppõe, que se tem observado (n. 24) os dous azimuths PZo' e PZo, cuja differença daria o angulo oZo' formado no zenith Z, com tudo por serem ordinariamente muito pouco exactas as observações destes azimuths, feitas com a agulha de marcar; seria tambem muito pouco exacto o valor do ditto angulo observado; o que não acontece, quando este angulo for calculado por meio das duas distancias zenithaes, e da distancia dos centros, a qual sempre deve ser observada com toda a exacção possivel.

(**) Para calcular estas parallaxes d'altura Ac e $A'c'$ da (fig. 2) he preciso, calculará a distancia cc', que he a *distancia verdadeira*, que se procurava.

31. E finalmente, por meio desta distancia verdadeira cc' calculada, se achará (na Ephemeride, Conhecimento dos tempos, ou Almanack) o *tempo*, que se conta no logar para que foi calculado qualquer desses Kalendarios (*).

Tal he a 1.ª parte do sobreditto methodo de achar a longitude pela observação da distancia da lua a qualquer astro, e de suas alturas: por meio da qual se acha o *tempo* no meridiano do Kalendario, sem ter conhecimento algum de sua longitude geografica.

32. Em quanto á 2.ª parte do ditto methodo; esta consiste em achar o *tempo*, que se conta no meridiano da observação: o que se costuma achar pelo calculo do angulo horario do astro observado; da maneira seguinte. Como se tem observado (fig. 2) a altura do sol (por exemplo); isto he, como temos pela observação, a altura de seu centro o; teremos a distancia zenithal observada Zo; correcta depois do effeito oA da refracção, teremos a distancia zenithal ZA; corrigindo esta distancia da quantidade $Vm = \alpha$ Cos V achada (n. 16), teremos a distancia zenithal geocentrica apparente VA; com esta distancia VA, e (fig 1) com a parallaxe elliptica $OC = a - a\beta$ Sen² L, acharemos pelo (n. 16) a parallaxe de altura $Ac = OC$. Sen VA, para corrigir VA; e teremos a distancia zenithal geocentrica verdadeira Vc. Calcularemos agora a distancia polar verdadeira Pc do sol para o tempo, que se conta no meridiano do Kalendario, achado pelo (n. 31). E finalmente corrigindo a latitude do logar da observação do angulo da vertical, acharemos a distancia do zenith geocentrico ao pólo; isto he, acharemos o terceiro lado PV do triangulo esferico PVc: logo (como são conhecidos os tres lados PV, Vc, cP) poderemos achar o angulo horario verdadei-

---

como fica ditto a respeito da (fig. 1), empregar na formula da parallaxe d'altura, em logar da parallaxe horisontal a parallaxe elliptica OC; e em logar da distancia zenithal ZA e ZA' empregar a distancia zenithal geocentrica VA, e VA'. Veja-se (n. 16), em que se mostra ser $Ac = OC$. Sen VA, e $Ac' = OC$. Sen VA'.

(*) Sabe-se que em qualquer desses Kalendarios vem já calculadas as distancias verdadeiras dos astros observados para certos intervallos de tempo contados no meridiano desse Kalendario.

ro VPc; e por meio delle (como se sabe) achar o *tempo, que se conta no meridiano da observação.*

33. He facil de vêr, que se o astro A for uma estrella, cuja parallaxe he insensivel; não são precisas as sobredittas correcções: porque o seu angulo horario he (fig. 1) o angulo ZPA; por suppormos ser A o logar da estrella, correcto, não sómente da nutação e aberração, mas tambem da refracção: logo he ZPA o angulo horario verdadeiro da estrella; isto he, o que seria visto do centro da terra elliptica: posto que, neste caso, tenhamos resolvido o triangulo esferico ZPA, em que $ZP = o$ complemento da latitude do logar; $ZA = a$ distancia zenithal correcta sómente da refracção; e $PA =$ a distancia polar da estrella correcta como acima se disse.

34. Tambem se podia achar o ditto angulo horario VPA da estrella; resolvendo o triangulo esferico APV, no qual o lado $VP = o$ complemento da latitude correcta do angulo da vertical; $VA = a$ distancia zenithal geocentrica, isto he, a distancia observada ZA correcta da quantidade Vm, como se disse (n. 16); e finalmente, PA he a mesma distancia polar de que acima se tratou.

35. *Conclusão.* Vê-se por tanto como se póde achar o *tempo que se conta no meridiano da observação;* e como tambem já vimos o methodo de achar *o tempo que se conta no meridiano do Kalendario:* tomaremos a differença destes dous tempos (ou sejão ambos tempos verdadeiros, ou ambos tempos medios, ou ambos tempos syderaes); e teremos a *differença de longitudes* entre os dittos meridianos do Kalendario e da observação; no caso de ser a figura da terra elliptica, e sem dependencia alguma de um conhecimento (ao menos aproximado) da mencionada differença de longitudes.

36. Tal he a grande vantagem deste methodo, quando as observações do (n. 24) forem exactas, e simultaneamente feitas. Perde-se porêm esta vantagem, quando se não observarem as duas alturas dos astros; e se observar sómente a sua distancia oo' da (fig. 2), e o tempo em que se tomou essa distancia: porque então, sendo preciso calcular as dittas alturas, he tambem preciso ter um conhecimento previo da sobreditta differença de longitude, para poder calcular (por meio do Kalendario) a ascensão recta,

e a declinação da lua para o ditto tempo da observação; como depois diremos.

CAPITULO III.

Additamento ao methodo precedente.

37. Quando se não observão as alturas; e *se observa sómente a distancia dos centros, e o tempo della:* então para poder empregar o methodo precedente (n. 24); he preciso calcular primeiramente as alturas dos dous astros, cuja distancia se tem observado; para poder achar a distancia verdadeira, que se procura. Eis aqui como se deverá proceder neste caso.

38. Para poder calcular as sobredittas alturas he preciso conhecer proximamente a differença das longitudes entre o meridiano da observação e o Kalendario, onde vem calculadas as distancias verdadeiras dos dittos astros com os tempos, que lhes correspondem no ditto Kalendario.

39. Com o tempo dado da observação *mais* ou *menos* a differença aproximada das longitudes se achará o tempo, que se conta no Kalendario; e para este tempo, buscar-se-ha a *Ascensão recta do sol*, e tambem a sua Declinação (se for o sol o astro observado). Busque-se depois, para o mesmo tempo, a Ascensão recta da lua, a sua Declinação, Semidiametro, e Parallaxe equatorial. Procure-se finalmente a Ascensão recta da estrella, e sua Declinação (se for a estrella o astro observado); e se corrijão ambas dos effeitos da nutação e da aberração.

40. Depois, com a Ascensão recta do sol *mais* ou *menos* o seu angulo horario se achará a *Ascensão recta do meridiano*; e como temos a Ascensão recta de qualquer dos astros observados; (tomando a differença) acharemos o angulo horario de cada um delles. Seguir-se-ha agora o calculo seguinte.

41. Para um tempo dado; calcular a altura apparente de

qualquer astro, querendo ter attenção á figura da terra? Para isso: corrija-se a latitude do logar do angulo da vertical, teremos então (fig. 1) a distancia polar geocentrica VP; (*) e como já temos calculado (n. 39 e 40) a distancia polar cP, e o angulo horario VPc; logo, por meio do triangulo esferico VPc, calcularemos a distancia zenithal geocentrica e verdadeira Vc; e tambem deveremos calcular o azimuth $PVc = V$, para achar (n. 16) a correcção $Vm = \alpha$ Cos V.

Com a distancia zenithal Vc poderemos calcular a parallaxe d'altura Ac, para achar a distancia zenithal VA, á qual applicando-lhe a correcção $Vm = \alpha$ Cos V, acharemos a distancia zenithal ZA. Com esta distancia apparente ZA, calcularemos (fig. 2) a correcção Ao, proveniente do effeito da refracção; e finalmente tirando Ao de ZA, teremos a distancia zenithal Zo, que se deveria observar; e que vem a ser aquella, que procuravamos.

Estamos pois reduzidos ao caso dos (n.os 27 a 31).

42. *Se não houvessem calculadas as distancias verdadeiras no Kalendario;* então será preciso (depois de haver achado a distancia verdadeira, conforme o que fica ditto) calcular um logar da lua (por exemplo) a sua ascensão recta, por meio da qual se poderá achar o tempo que se conta no meridiano do Kalendario: o que se poderá fazer da maneira seguinte.

Este methodo agora exige, que se conheça o *tempo da observação*, e a *differença approximada das longitudes geograficas:* e com effeito he com estes dados, que se póde achar o tempo, que se deve contar no meridiano do Kalendario: afim de poder calcular (para este tempo) a ascensão recta e declinação do astro; e da lua sómente a sua declinação.

Depois, com os complementos destas declinações calculadas, isto he, com estas distancias polares, e distancia verdadeira dos centros, achar-se-ha o *angulo formado no pólo* por esses circulos de declinações; o qual vem a ser a *differença* entre a ascensão recta da lua e a do astro ob-

(*) Ver-se-ha pelo processo deste calculo, que (para resolver o problema) não basta achar sómente VP; como parece concluir-se, do que diz Mr. de Rossel, em sua Astronomia Nautica pag. 157 n. 122, impressa na segunda Edição do Tratado da Astronomia physica de Mr. J. B. Biot.

servado. Portanto, ajuntando ou tirando esta *differença* da ascensão recta do astro, ter-se-ha a ascensão recta da lua; a que chamaremos *Ascensão recta da lua observada.*

E finalmente, com esta ascensão recta da lua observada, achar-se-ha (por meio do Kalendario) o *tempo* que se conta no seu meridiano. O que dará (n. 35) a differença das longitudes.

43. Tal he a exposição dos principios, que nos parecêrão sufficientes para poder estabelecer qualquer methodo de achar a longitude geografica, quando se queira ter attenção á figura elliptica da terra.

O Author desta Memoria não a chegou a rever como desejava, em consequencia de uma grave enfermidade que lhe sobreveio quando ella se começava a imprimir, enfermidade de que infelizmente falleceo em 3 *de Dezembro de* 1848.

Fig. 1

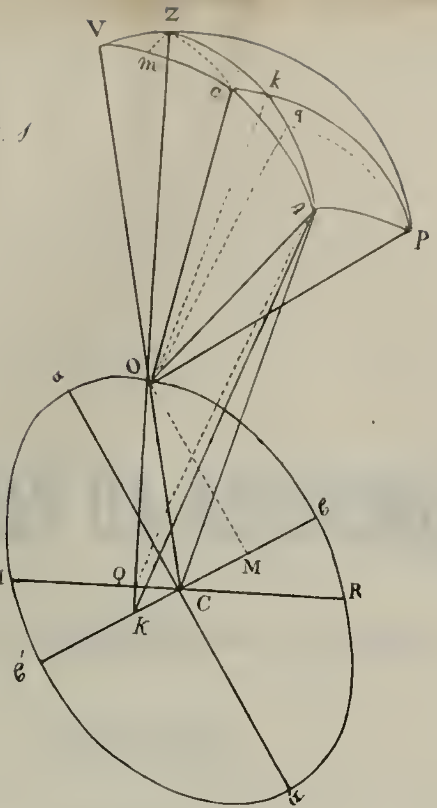

Fig. 2.

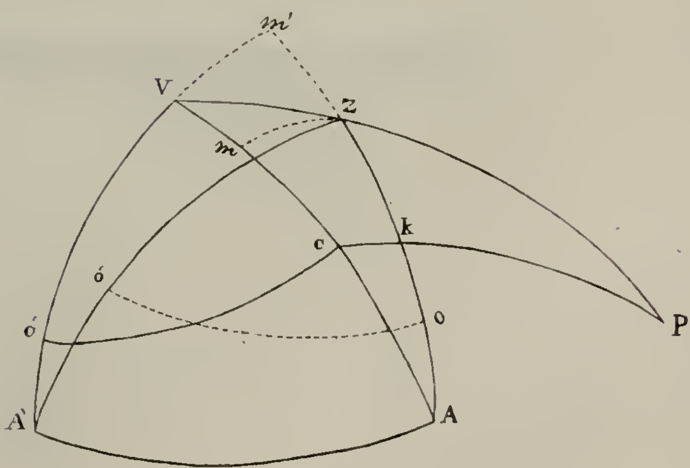

Fig. 3.