

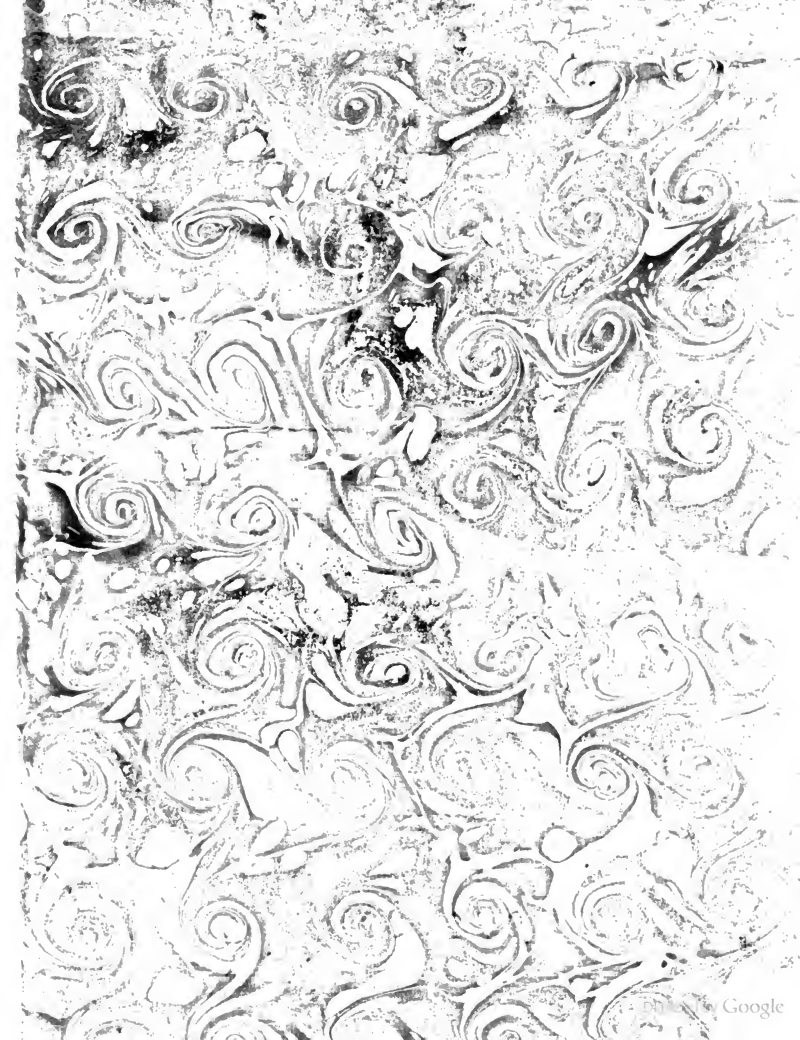
**MESURE DES TROIS  
PREMIERS DEGRÉS  
DU MÉRIDIEEN DANS  
L'HÉMISPHERE  
AUSTRAL, TIRÉE DES...**

---

Charles Marie : de La Condamine







9. 2. 20



9-2-20<sup>th</sup>



# M E S U R E

## D E S

### TROIS PREMIERS DEGRÉS

### DU MÉRIDIEN

DANS L'HEMISPHERE AUSTRAL,  
*Tirée des Observations de M.<sup>rs</sup> de l'Académie Royale  
des Sciences, Envoyés par le Roi sous l'E'quateur:*

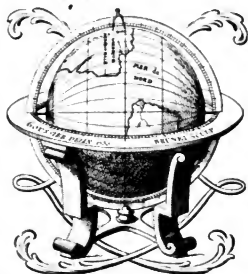
Par M. DE LA CONDAMINE.

---

*Fuit alter*

*Descriptit radio medium qui gentibus Orbem. Virgil.*

---



A P A R I S,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. D C C L I.

THE END OF THE

OF THE

THE END OF THE

THE END OF THE

THE END OF THE

THE END OF THE

THE END OF THE

THE END OF THE



## A V E R T I S S E M E N T.

*L'IMPRESSION de ce Livre avoit été commencée au mois de Mai 1749, sous la forme in-8.<sup>e</sup> Les Tables des Triangles étoient imprimées & toutes les Planches gravées, lorsqu'on recommença quelques mois après à l'Imprimerie Royale, la présente édition in-4.<sup>e</sup> qui n'a été finie qu'au mois de Mai 1750. Elle devoit paroître alors précédée d'une Introduction historique fort succinte. Divers retardemens survenus ont donné le temps à l'Auteur d'étendre cette Introduction, & d'en faire un Journal du Voyage académique à l'E'quateur. Cet ouvrage est actuellement sous presse; cependant on n'a pas cru devoir différer plus longtemps la publication de ce qui regarde la Mesure des degrés du Méridien, en attendant la partie historique qui suivra celle-ci de près.*

### Fautes à corriger.

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
6,	28,	austral	boréal
<i>ibid.</i>	29,	C	K
9,	21,	dont	de la longueur duquel
20,	15,	près	plus
24,	4,	ceux-ci	ces deux Académiciens
27,	29,	cette	une semblable.
28,	20,	avec	Par
40,	5,	voit	voient
40,	23,	en France	ajoutez dans un ouvrage semblable au nôtre.

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
41,	21,	après nos	après la mesure de nos
42,	22,	cet endroit	cette pointe
44,	9,	toutes les corrections précédentes	les trois premières corrections indiquées
45,	26,	observé	conclu d'un angle observé
47,	11,	&c	rayez &c
ibid.	12,	je ne pouvois	ne pouvant
51,	1,	de l'angle	du demi-angle
65,	7,	T O P	T O T
67,	14,	donnent	donnent pour résultat
74, 26 & 27,		au centre de	aux deux centres des
80,	9,	augmentoît ou diminueoit	diminueoit ou augmentoit
82,	3,	terme boréal	(terme boréal)
89,	7,	x &c	x &c.
92,	18,	angles, des erreurs	triangles, des erreurs
123,	11,	australe	septentrionale
125,	15,	à la fin	le 20
140,	23,	moindre qu'elle ne parut en 1739	moindre en 1739 qu'en 1741, 1742 & 1743, toute réduction faite
149, en marge.		Planche II	Planche III
157,	12,	A C p	A C P
158,	16,	varié	fléchi
169,	7,	distance	distance apparente
175,	21,	au reste, cette	cette
176,	19,	ne différent pas de 3"	diffèrent à peine de 2"
184,	25,	vers le Sud	vers le Sud au 1. <sup>er</sup> Janvier 1743.
201, 13 & 14,		je n'ai jamais vû	en 1741, je n'ai jamais vû alors ni depuis
205,	3,	étoit trop courte	devoit être accourcie
209, au haut de la p. en marge, }		.....	Planche I, fig. 10.
ibid.	27,	après le mot réticule il faut un renvoi * à la note ci-à côté, qui a été oubliée au bas de la page.	* On suppose ici que l'image de l'étoile est vûe au centre de la Lunette; & dans mes dernières observations, elle en étoit si près, que la distance au centre n'étoit regardée comme nulle.
234,	18,	21 toises	18 toises.
239,	3,	Mesure astronomique	Mesures
248,	6,	telle	telles
257,	1,	résulte	ne résulte
264, pénultième.		Tit. III	Lib. III.

## TABLE



## TABLE DES ARTICLES.

*DIVISION de l'Ouvrage.* page 1

---

### PREMIERE PARTIE.

*Mesure géométrique de l'arc du Méridien, ou opérations sur le terrain, pour fixer la position, & déterminer la longueur de la Ligne méridienne.* page 3

ARTICLE I. *Mesure actuelle de la première Base des Triangles de la Méridienne aux environs de Quito, dans la plaine d'Yarouqui.* 4

ARTICLE II. *Du Système de Triangles, formé pour mesurer la Méridienne.* 10

ARTICLE III. *Remarques sur les deux différentes Suites de Triangles, formées pour la mesure de la Méridienne. Nombre des Observateurs & des Instrumens qui y ont été employés.* 12

ARTICLE IV. *De ma Mesure géométrique particulière.* 13

ARTICLE V. *Des différentes corrections faites aux angles observés.* 16

ARTICLE VI. *Table des Triangles de la Méridienne de Quito.* 21

ARTICLE VII. *Explication de la Colonne I de la Table: Ordre & Plan des Triangles.* 40

\*

## T A B L E.

ARTICLE VIII.	<i>Explication de la Colonne II: Noms des lieux où étoient placés les Signaux.</i>	ibid.
ARTICLE IX.	<i>Explication de la Colonne III: Angles de position observés.</i>	43
ARTICLE X.	<i>Explication de la Colonne IV: Équation pour la somme des trois angles.</i>	44
ARTICLE XI.	<i>Explication de la Colonne V: Longueur des côtés opposés aux angles observés.</i>	45
ARTICLE XII.	<i>Explication de la Colonne VI: Angles verticaux, ou de hauteur &amp; de dépression apparente, réciproquement observés d'un Signal à l'autre.</i>	46
ART. XIII.	<i>Explication de la Colonne VII: Hauteurs &amp; abaissemens respectifs des Signaux.</i>	49
ART. XIV.	<i>Hauteurs absolues des Signaux de la Méridienne, &amp; des montagnes principales de la Province de Quito.</i>	51.
ART. XV.	<i>Explication de la Colonne VIII: De la réduction des angles observés en différens plans, à l'horizon.</i>	57.
ART. XVI.	<i>Explication de la Colonne IX: Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.</i>	59
ART. XVII.	<i>Explication de la Colonne X: Direction des côtés des Triangles par rapport à la Ligne méridienne.</i>	62
ART. XVIII.	<i>Explication des Colonnes XI &amp; XII de la Table: Distances entre les Méridiens &amp; les Parallèles des Signaux.</i>	65.



## T A B L E.

ART. XIX.	<i>Détermination des points des Triangles de la Méridienne à l'égard de Quito.</i>	66
ART. XX.	<i>Mesure de la Base de Tarqui.</i>	71
ART. XXI.	<i>Expériences sur les changemens de longueur d'une Toise de fer, exposée à différens degrés de chaleur.</i>	75
ART. XXII.	<i>Comparaison de la longueur de la Toise lors de la mesure des deux Bases.</i>	80
ART. XXIII.	<i>Comparaison de la mesure actuelle de la Base de Tarqui à sa longueur calculée.</i>	85
ART. XXIV.	<i>Si toute erreur d'observation, qui sera trouver trop long le dernier côté conclu des Triangles de la Méridienne, doit aussi nécessairement faire trouver trop longue la Méridienne calculée.</i>	87
ART. XXV.	<i>De combien une différence d'une toise sur la Base de Tarqui, doit changer la longueur de la Méridienne.</i>	93
ART. XXVI.	<i>Autres manières de trouver l'équation de la longueur de la Méridienne, pour une toise de différence sur la Base.</i>	95
ART. XXVII.	<i>Détermination de la longueur de l'arc, compris entre les deux Observatoires, au Nord &amp; au Sud de la Méridienne.</i>	101

# T A B L E.

## S E C O N D E   P A R T I E.

*Mesure astronomique de l'arc du Méridien, ou Détermination de la valeur de l'arc céleste, qui répond à la mesure géométrique.* page 105

ARTICLE I. *De l'ancien Secteur apporté de France; des changemens qui y furent faits pour le rendre propre aux nouvelles observations.* 106

ARTICLE II. *Description du Secteur.* 110

ARTICLE III. *De l'Observatoire de Tarqui. Détermination de la valeur des parties du Micromètre. Préparatifs communs à toutes nos observations de l'amplitude de l'arc.* 113

ARTICLE IV. *De l'arc tracé sur le Secteur. Manière d'observer la distance d'une étoile au Zénith sans le secours des divisions ordinaires.* 116

ARTICLE V. *Des différentes observations astronomiques, faites dans la Province de Quito, pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien.* 121

ARTICLE VI. *Premières observations à Tarqui, extrémité australe de la Méridienne, en Novembre & Décembre 1739, & Janvier 1740.* 128

ARTICLE VII. *Table d'Observations de l'étoile  $\alpha$  d'Orion, faites en commun à Tarqui en 1739, réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.* 138

*Remarques sur les observations de la Table précédente.* 139

## T A B L E.

**ARTICLE VIII.** *Examen des différentes causes qui peuvent nuire à la justesse des observations.*

*Des effets du froid & du chaud sur notre  
Secteur.* 141

**ARTICLE IX.** *Suite de l'examen des différentes causes, &c.*

*De la flexion de l'Instrument dans le plan  
du Limbe.* 143

**ARTICLE X.** *Continuation du même sujet.*

*De la flexion du rayon dans le plan perpen-  
diculaire à celui de l'Instrument ; & du Pa-  
rallélisme de la Lunette à ce même plan.* 148

**ARTICLE XI.** *Continuation du même sujet.*

*De la cause qui a pu augmenter la distance  
apparente de l'étoile au zénith, à Tarqui  
en 1739.* 152

**ARTICLE XII.** *Premières observations, faites à Cotchesqui, extrémité septentrionale de la Méridienne, en Février, Mars & Avril 1740.* 158

**ART. XIII.** *Table d'Observations de l'étoile ε d'Orion, faites en commun à Cotchesqui en 1740, réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.* 168

*Remarques sur les observations de la Table  
précédente.* 169

**ART. XIV.** *Observations diverses de l'étoile ε d'Orion, faites à Quito, en deux différens endroits, en 1737, 1740, 1741 & 1742, réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.* 171

*Remarques sur les observations de la Table  
précédente.* ibid.

**ART. XV.** *Table des Observations de l'étoile ε d'Orion,*

\* *ijj*

## T A B L E.

*faites à Tarqui en 1741, par M. Bouguer, réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.* 178

*Remarques sur les observations de la Table précédente.* 180

**ART. XVI.** *Dernières observations, faites à Cotchefqui, au Nord de la Méridienne, correspondantes à celles qui ont été faites en même temps à l'extrémité Sud.*

*Table des distances de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Cotchefqui, observées par M. Bouguer à la fin de 1742, & réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.* 183

*Remarques sur les observations de la Table précédente.* 184

**ART. XVII.** *Des précautions particulières que je pris dans les dernières observations que je fis à Tarqui en 1742 & 1743, en correspondance de celles que M. Bouguer faisoit dans le même temps à l'autre extrémité de la Méridienne.*

*Scéteur raffermi. Suspension perfectionnée. Limbe aplani.* 187

**ART. XVIII.** *Continuation du même sujet.*

*Parallélisme de la Lunette au plan du Scéteur. Remarques sur le fil-à-plomb. Mouvement du Scéteur dans le plan du Méridien. Inversions alternatives de l'Instrument.* 191

**ART. XIX.** *Continuation du même sujet.*

*Parallaxe des fils au foyer de la Lunette, différente pour divers Observateurs, & variable pour le même en différens temps.* 196

**ART. XX.** *Continuation du même sujet.*

# T A B L E.

*De la manière d'éviter la Parallaxe des fils  
au foyer de la Lunette.* 207

- ART. XXI.** *Dernières observations, faites à Tarqui, au  
Sud de la Méridienne, correspondantes à  
celles qui ont été faites en même temps à  
l'extrémité Nord.* 215

*Table des distances de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au  
Zénith de Tarqui, que j'ai observées en 1742  
& 1743, réduites au 1<sup>er</sup> Janvier 1743.*  
215 & 216

*Remarques sur les observations de la Table  
précédente.* 217

- ART. XXII.** *Détermination de l'amplitude de l'arc du Mé-  
ridien, compris entre les Parallèles de Cot-  
chesqui & de Tarqui, par toutes les obser-  
vations correspondantes, faites en ces deux  
lieux en 1742 & 1743, & réduites au  
premier Janvier 1743.* 221

- ART. XXIII.** *Autre détermination de l'amplitude de l'arc  
du Méridien, compris entre les Parallèles de  
Cotchesqui & de Tarqui, par les seules  
observations simultanées, sans aucune réduc-  
tion.* 222

*OBSERVATIONS SIMULTANÉES aux deux  
extrémités de la Méridienne. Amplitude  
de l'arc céleste, compris entre les deux  
Zéniths.* 225

- ART. XXIV.** *Détermination de la longueur du degré du Mé-  
ridien aux environs de l'Équateur.* 227

- ART. XXV.** *De l'erreur possible dans la détermination pré-  
cédente de la valeur du degré du Méri-  
dien.* 229

# T A B L E.

ART. XXVI.	<i>De l'inégalité des degrés du Méridien , &amp; de ce qui en résulte , quant à la figure de la Terre.</i>	235
ART. XXVII.	<i>Des différentes mesures du degré du Méridien , en France. Erreur dans les mesures de M. Picard.</i>	239
ART. XXVIII.	<i>Comparaison de la mesure de l'amplitude de l'arc du Méridien entre Paris &amp; Amiens , par M. Picard , à celle du même arc , nouvellement mesuré en 1740.</i>	242
ART. XXIX.	<i>Examen de la Base de M. Picard , &amp; de sa mesure géodésique de la distance de Paris à Amiens.</i>	246
ART. XXX.	<i>Des divers rapports des axes du Sphéroïde terrestre , tirés de la comparaison des divers degrés mesurés.</i>	258
ART. XXXI.	<i>Conclusion.</i>	262



DIVISION

*Extrait d'un Mémoire lu à l'assemblée publique de  
l'Académie des Sciences, le 24 Avril 1748,  
par M. de la Condamine.*

• *Huygens*,  
de Horologio  
oscillatorio,  
Prop. X X V.

Les objections se réduisent à trois. 1.<sup>o</sup> Une mesure uniforme, selon quelques Spéculatifs, est inutile, & même contraire au bien du commerce. 2.<sup>o</sup> Ce projet, quand il seroit utile, paroît être d'une difficulté impraticable dans l'exécution. 3.<sup>o</sup> Les différens peuples pourront-ils jamais s'accorder sur le choix d'une mesure commune?

La première objection ne mérite une réponse sérieuse que

parce que le nombre de ceux qui la répètent, sans y avoir bien réfléchi, semble lui donner quelque poids.

Rien n'est moins prouvé que la réalité du prétendu profit que peut procurer la diversité des poids & des mesures. Si le marché se fait de marchand à marchand, ils sont, d'ordinaire, aussi clair-voyans l'un que l'autre : si c'est d'un marchand à un particulier, celui-ci n'achète la marchandise qu'au poids & à la mesure qu'il connoît ; il n'y aura donc dans l'un ni dans l'autre cas aucun bénéfice : s'il y en avoit un, il ne seroit pas légitime, puisqu'il ne pourroit jamais venir que de la mauvaise foi de celui qui seroit le profit, ou au moins d'une erreur de fait préjudiciable à l'un des deux contractans. Dira-t-on que la fraude & l'erreur sont avantageuses au commerce ? soutiendra-t-on qu'elles doivent être autorisées, ou tolérées, quand il est possible de les prévenir ?

Supposons le profit réel, & le gain légitime : l'intérêt du petit nombre de gens à qui ce commerce équivoque seroit utile, doit-il être mis en balance avec la commodité que trouveroit tout le reste des citoyens, dans une uniformité de mesures qui porteroit la lumière dans le commerce, en débarrassant les calculs de réductions incommodes, peu exactes, & sujettes à erreur ? Si tous les hommes parloient la même langue, l'office d'interprète deviendroit inutile ; ceux qui l'exercent y perdroyent sûrement : conclurra-t-on de là que la diversité des langues est avantageuse à la société ? Tel est le raisonnement de ceux qui prétendent que la variété des poids & des mesures est utile au commerce.

Quant à l'impossibilité prétendue d'établir une mesure uniforme, plusieurs de nos Rois ont pensé bien différemment :



Charlemagne avoit rétabli dans tout son Empire l'usage du poids & des mesures romaines; le Roi *Philippe V*, dit le *Long*, avoit résolu d'introduire en France une mesure uniforme\*. Cela ne seroit assurément pas plus difficile, que d'y donner cours à une nouvelle monnoie, ou de changer la valeur de l'ancienne; ce qui a été fait tant de fois sans difficulté. N'en trouvera-t-on que dans l'exécution des projets qui peuvent contribuer au bien de l'Etat?

\* Voy. Méte-  
ray & le Préfi-  
dent Hénault,  
art. 1321.

Sans abroger d'abord par une loi absolue l'ancien usage, il suffiroit d'obliger de faire tous les marchés qui auroient besoin du ministère public des Notaires ou des Tribunaux, sur le pied de l'ancienne & de la nouvelle mesure. On auroit des tables de réductions toutes calculées, & imprimées, comme on a des tarifs pour les monnoies, &c. Le public s'habitue-  
roit bien-tôt à la mesure nouvelle: avec le temps elle devien-  
droit plus familière que l'ancienne, & celle-ci s'oublieroit, comme à *Genève* l'aune de France fait oublier celle du pays.

Enfin on allègue l'impossibilité de convenir d'une mesure.

Avant que de répondre directement, je fais voir com-  
bien le rapport des mesures des différens pays, & même des  
différentes provinces d'un royaume, est peu connu, & com-  
bien il reste d'incertitude sur la longueur absolue des mesures  
qui passent pour les plus authentiques, à commencer par l'aune  
de *Paris*, & par celle de *Lyon*, sans excepter même la toise du  
Châtelet, dont la longueur n'a été parfaitement fixée, qu'au  
temps où elle a été employée aux dernières mesures de la terre.  
Quant au choix d'une mesure commune; s'il n'étoit question  
que d'opter entre celles des différentes nations, la toise qui  
a servi à déterminer les degrés dans les trois Zones, mériteroit  
la préférence sur les autres; mais comme cette raison ne

paroitroit probablement pas suffisante à tous les peuples de l'Europe, pour abandonner leurs anciennes mesures, je conclus qu'il n'y a qu'une mesure puisée dans le sein de la Nature, une mesure constante, inaltérable, vérifiable dans tous les temps, qui puisse, par ces avantages réunis, arracher, pour ainsi dire, le consentement de toutes les nations, pour en faire une mesure universelle.

Un corps pesant, attaché au bout d'une corde arrêtée par son autre extrémité; une balle de plomb, par exemple, suspendue par un fil à un clou, est ce qu'on appelle un *Pendule*.

On fait que cette balle, si on la met en mouvement, en l'écartant de la ligne à-plomb, où elle tend par son propre poids, fera des balancemens qui diminueront peu à peu de grandeur, mais dont la durée sera sensiblement la même.

A *Paris*, il faut donner au *Pendule* une longueur d'environ 3 pieds 8 lignes & demie pour qu'il fasse 60 oscillations par minute; c'est-à-dire, pour que chaque oscillation dure précisément une seconde.

Si l'aune de *Paris* eût été fixée autrefois à la longueur du *Pendule* à secondes; quand il ne resteroit pas le moindre vestige de l'aune, il n'y auroit qu'à attacher une balle de plomb à un fil délié, puis chercher par expérience la longueur qu'il faudroit donner à ce fil, pour qu'il suivit exactement les vibrations d'une horloge à secondes bien réglée: on retrouveroit la mesure perdue de l'étalon de l'aune.

Ces réflexions firent naître l'idée d'une mesure fixe & invariable, & divers projets d'une mesure universelle. La Société royale de *Londres*, *M. Huygens*, *M. Picard*, plusieurs Savans du dernier siècle, proposoient pour modèle ou archétype d'une pareille mesure, la longueur du *Pendule* qui bat les

secondes. On la supposoit alors la même par toute la terre, & l'on ignoroit que cette longueur est différente à chaque degré de latitude. C'est ce qu'ont prouvé les expériences de *M. Richer* à *Cayenne* en 1671, que j'y ai répétées en 1744 avec de nouvelles précautions, & celles des Académiciens, tant sous le Cercle polaire que sous l'Equateur.

Il y a donc autant de longueurs du Pendule à secondes, qu'il y a de Parallèles à l'Equateur. On demande laquelle de toutes ces différentes longueurs a le plus de droit pour devenir le modèle de la mesure universelle.

Je dis que si quelqu'une mérite la préférence, c'est celle du Pendule à secondes sous l'Equateur, & voici mes raisons.

L'Equateur est le milieu de la terre habitable, le terme d'où l'on commence à compter les latitudes; celui de la moindre pesanteur. Le Pendule équinoctial est unique: il est déjà mesuré. Il n'y a pas lieu de présumer qu'en le choisissant on ait eu en vû la convenance d'une nation plutôt que d'une autre.

Quant au Pendule du Parallèle de 45 degrés, qu'on pourroit proposer comme moyen entre les Pendules extrêmes de l'Equateur & des Poles, il est sujet à trop d'inconvéniens.

1.<sup>o</sup> Il n'est pas unique, puisqu'il y a un autre Parallèle de 45 degrés au delà de la Ligne: & qui sait si la longueur du Pendule y est la même que dans cet hémisphère?

2.<sup>o</sup> Le Pendule du Parallèle de 45 degrés, seroit toujours soupçonné d'avoir été choisi, parce que ce Parallèle traverse la France; & cela suffiroit, vrai-semblablement, pour faire rejeter ce Pendule par les autres nations de l'Europe, avec plus de fondement encore que celui du Parallèle de *Paris*, qui, du moins, a l'avantage d'avoir été immédiatement déterminé par un grand nombre d'expériences.

3.<sup>o</sup> Si, contre toute apparence, les diverses nations de l'Europe s'accordoient à préférer le Pendule de 45 degrés, il faudroit commencer par fixer sa longueur absolue par des expériences, qui de long-temps, ou peut-être jamais, n'auroient l'authenticité de celles par lesquelles M<sup>rs</sup> *Godin*, *Bouguer* & moi, avons déterminé la longueur du Pendule à *Quito*, par différens procédés, & avec différens instrumens, sans presque différer de plus d'un centième de ligne.

4.<sup>o</sup> Enfin la convention du Pendule du Parallèle de 45 degrés, si elle pouvoit avoir lieu, ne seroit fondée que sur la convenance ou l'accord de quelques nations de l'Europe, que nous regardons comme seules dépositaires des Sciences dans le moment présent; au lieu que la préférence donnée au Pendule équinoctial, convient à tous les lieux & à tous les temps. Aucune nation, ni aucun siècle à venir, ne pourra protester contre ce choix. Un François préféreroit sans doute le Pendule du Parallèle de *Paris*, comme un Anglois celui de *Londres*. Un Européen, en général, pourroit opter pour celui de 45 degrés. Le Philosophe & le citoyen du monde choisira, sans contredit, le Pendule équinoctial.

J'ajoute que, même sans adopter la longueur absolue du Pendule de *Quito*, confirmée par un si grand nombre d'expériences, on peut conclure la longueur du Pendule équinoctial avec autant de certitude que celle du Pendule à *Paris*.

Il suffit pour cela de savoir combien une horloge à secondes, ou un Pendule à verge de métal, fait en vingt-quatre heures, sous l'Equateur, moins d'oscillations qu'à *Paris* dans le même temps. M. *Godin*, M. *Bouguer* & moi, avons fait, chacun en particulier, des expériences sous l'Equateur avec un Pendule de cette espèce: le mien conserve son mouvement plus de

vingt-quatre heures : je l'ai mis en expérience pendant des huit, dix & quinze jours, à *Quito*, à *Cayenne*, & à *Paris*; & dans toutes les saisons, ayant égard aux différens degrés de chaleur indiqués par le Thermomètre.

Je fais combien mon Pendule fait à *Paris* l'été & l'hiver, & dans une moyenne température d'air, plus d'oscillations qu'il n'en faisoit dans tous les lieux précédens, & notamment sous la Ligne au niveau de la mer; & comme il est démontré que chaque oscillation de plus ou de moins en 24 heures, répond à un centième de ligne sur la longueur du Pendule à secondes, il est aisé d'en conclurre combien il y a de centièmes de lignes à retrancher de la longueur du Pendule à secondes à *Paris*, tant de fois vérifiée, & toujours *vérifiable*, pour la réduire à celle du Pendule équinoctial; qu'on trouvera de 3 pieds 0 pouces, & un peu plus de 7 lignes \*

Le voyage à l'Equateur nous met donc en état de laisser à la postérité, une mesure fixe, invariable, reçue des propres mains de la Nature, & sur laquelle le temps même n'aura plus de pouvoir. Elle joint à ces avantages celui d'être unique, & de convenir également à tous les peuples, sans que les jalousies nationales puissent fournir aucun prétexte pour la rejeter.

L'exemple du Calendrier grégorien, qui s'introduit insensiblement dans les pays, où des raisons de politique avoient empêché de l'admettre, donne lieu de croire que si la

\* Je me réserve d'en fixer plus précisément la longueur quand je donnerai le détail de mes expériences. En attendant, je fais la première occasion qui se présente, & je déclare que la formule (*Mém. de l'Acad. 1735, p. 538*) pour trouver le centre d'oscillation du Pendule, n'est pas tout-

à-fait la même que celle qu'on tire de la théorie de *M. Huygens*, comme je le crus alors; ce qui n'empêcha de citer *M. Bouguer*, qui me l'avoit communiquée sans m'en avertir, & qui réclame aujourd'hui ses droits.

nouvelle mesure s'établissoit aujourd'hui en France, elle trouveroit peu d'obstacles à sa propagation.

Du moins ne peut-on douter que toutes les Académies & les Sociétés Littéraires d'Europe ne l'adoptassent avec joie: elle leur serviroit à parler désormais la même langue, & à se communiquer plus aisément leurs découvertes réciproques. Ce langage des Académies deviendrait bien-tôt celui des Ingénieurs & des Architectes; avec le temps, celui des Artisans & des Maçons, quelque jour celui des Marchands, & enfin celui du peuple. En attendant, la France auroit l'honneur d'avoir montré l'exemple aux autres nations, en faisant pour l'avenir ce que nous souhaiterions que les siècles passés eussent fait pour le nôtre.

Je me suis contenté, dans le Mémoire dont je viens de donner l'extrait, de proposer des vûes générales sur l'utilité de la mesure universelle, sur la possibilité de son établissement, & sur le choix de cette mesure.

Quant à la réduction de toutes les mesures, tant linéaires que quarrées & cubiques, à la nouvelle *Mesure physique*; en ramenant à celle-ci la toise, l'aune, la lieue, l'arpent, le setier, le boisseau, le muid, &c. même les poids, qui ne sont autre chose qu'une mesure solide, jusqu'ici fort défectueuse, mais qu'on pourroit aussi pareillement rendre invariable, par la fixation de la mesure linéaire; les bornes d'une lecture académique ne me permettoient pas d'entrer dans ces détails: ils fourniront la matière de plusieurs Mémoires, si le nouveau projet est agréé.





## DIVISION DE L'OUVRAGE.

CET Ouvrage est divisé en deux parties. La première contient la Mesure géométrique de trois degrés du Méridien ; ou les opérations faites sur le terrain, pour reconnoître la longueur de la Ligne Méridienne que nous avons mesurée dans l'Amérique Méridionale, depuis les environs de *Quito*, presque sous l'Equateur, jusqu'au delà de *Cuenca*, dans l'hémisphère austral.

La seconde partie comprend la Mesure astronomique de ces mêmes degrés ; c'est-à-dire, les observations faites aux deux extrémités de l'arc du Méridien, pour déterminer l'amplitude de cet arc, ou sa valeur en degrés, minutes & secondes.

C'est de mon travail particulier, quant aux opérations trigonométriques, que je rends compte dans la première partie. Le plus grand nombre des observations astronomiques, rapportées dans la seconde, sont communes à *M. Bouguer* & à moi, ou correspondantes les unes aux autres.

Nous avons mesuré 3 degrés 7 minutes du Méridien, & si les difficultés physiques & morales ne se fussent pas trop multipliées, nous eussions prolongé la mesure de cet arc tout le plus loin qu'il nous eût été possible ; persuadés que c'étoit le moyen le plus sûr de parvenir à une plus exacte détermination du degré.

Dans une opération de cette nature, on est exposé à deux sortes d'erreurs : l'une dans la mesure des Triangles qui servent

A

## 2 MESURE DES TROIS PREMIERS

à trouver la longueur de l'arc terrestre; l'autre dans les observations astronomiques, nécessaires pour déterminer l'amplitude de l'arc céleste correspondant.

Quant à l'erreur astronomique : on convient qu'elle n'est pas plus à craindre sur un grand arc que sur un petit; & puis-que l'erreur totale se partage entre tous les degrés de l'arc mesuré, il est clair que plus le nombre en sera grand, moins il y aura d'erreur sur chaque degré. Le plus grand arc est donc à cet égard le plus avantageux.

Quant à l'erreur géodésique : il est vrai qu'elle peut s'accroître par le nombre multiplié des opérations; mais, 1° Il feroit contre toute vrai-semblance de supposer, que les erreurs dans la mesure des angles sur le terrain, fussent toutes dans le même sens, & qu'elles s'accumulassent au lieu de se compenser, du moins en partie. 2° Quand on feroit cette étrange supposition, si l'erreur ne croissoit que proportionnellement à la longueur de l'arc, elle se distribueroit de même sur le nombre des degrés mesurés : elle ne feroit donc pas plus à craindre sur un plus grand nombre de degrés que sur un moindre; & on ne perdrait encore rien alors de l'avantage de la mesure astronomique. Enfin si on vouloit supposer que l'erreur géodésique crût toujours du même sens, & dans une plus grande raison que le nombre des degrés, ce qu'on peut regarder comme un cas métaphysique; les conséquences n'en seroient encore dangereuses qu'autant qu'on n'auroit qu'une seule Base mesurée actuellement : nous ne sommes pas dans ce cas, & la mesure d'une seconde Base sur le terrain, à l'autre extrémité de l'arc, nous met en état d'arrêter le progrès des erreurs qui pourroient s'être glissées dans la mesure de nos angles.





PREMIERE PARTIE.  
*MESURE GEOMETRIQUE*  
*DE L'ARC DU MERIDIEN,*  
 O U  
*OPERATIONS SUR LE TERREIN,*  
*Pour fixer la position & déterminer la longueur de*  
*la Ligne Méridienne.*

J'AI cru que le meilleur moyen de présenter au Lecteur avec clarté & précision le détail d'un grand nombre de différentes opérations, étoit de former une Table qui rassemblant sous un point de vûe le plus d'objets qu'il seroit possible; montrât leurs divers rapports & leur dépendance mutuelle.

C'est ce que j'ai tâché d'exécuter dans les douze colonnes de la Table de Triangles que je joins ici. J'y ai renfermé les élémens de la plupart des opérations que j'ai faites sur le terrain pour la mesure de la Méridienne, & les résultats des

A ij

#### 4 MESURE DES TROIS PREMIERS

conséquences qu'on en peut tirer. On y trouvera les angles de position observés, corrigés, réduits à l'horizon, la longueur calculée des côtés des triangles inclinés, tels que la nature du terrain nous les a offerts, les angles de hauteur & de dépression réciproquement observés entre les Signaux, leurs hauteurs & leurs abaissémens respectifs en toises, la longueur des côtés réduits à un même plan horizontal, leurs différentes directions par rapport à la Méridienne, enfin les distances entre les Parallèles & les Méridiens des Signaux.

Cette table fait proprement le fond de la première partie de cet ouvrage; les articles qui la suivent n'en sont que le commentaire : ils contiennent l'explication de chaque colonne, & les supplémens nécessaires.

Avant que d'entrer dans ce détail, je ne puis me dispenser de faire quelques réflexions préliminaires & quelques remarques sur notre travail, & sur la manière dont il a été exécuté; je dois commencer par la mesure de la Base qui lui sert de fondement.

---

### ARTICLE I.

*Mesure actuelle de la première Base des Triangles de la Méridienne, aux environs de Quito, dans la plaine d'Yarouqui.*

JE ne répéterai point ici le détail d'un Mémoire que j'envoyai en 1736 à l'Académie, sur les précautions que nous avions prises pour la mesure actuelle de notre première Base. Je me contenterai de rappeler que M. Godin, qui la mesuroit

d'une part, aidé de Don *George Juan* (a), & M. *Bougner* & moi qui la mesurons de l'autre avec Don *Antoine de Ulloa* & M. *Verguin* (b), nous nous accordâmes à moins de trois pouces près sur une longueur de 6273 toises.

Dans un pays de montagnes, tel que la province de *Quito*, le terrain que nous trouvâmes le plus propre à cette opération ne laissoit pas d'avoir une pente de 126 toises sur deux lieues, & cette pente n'étoit pas uniforme. Le parti que nous prîmes, & le plus convenable en pareil cas, fut de mesurer cette distance horizontalement, en posant nos perches toujours de niveau, & d'observer la différence de hauteur, tant entre les points intermédiaires & les plus remarquables de la Base, qu'entre ses deux termes extrêmes.

C'est cette distance mesurée, pour ainsi dire, par échelons ou gradins à différens niveaux, qu'il faut réduire à la ligne droite. Ce Problème, pris dans toute sa généralité, peut donner lieu à des recherches du ressort de la haute Géométrie: mais l'élémentaire suffit pour le résoudre avec plus de précision qu'il n'est nécessaire dans le cas présent. Voici les fondemens, le procédé & le résultat de mon calcul; j'en supprime les petits détails, & j'espère qu'on m'en saura gré.

(a) Don *George Juan* & Don *Antoine de Ulloa*, aujourd'hui Capitaines de vaisseau en Espagne, avoient été nommés par S. M. Catholique pour assister aux observations des Académiciens François, & en tenir registre; le sujet de leur mission est ainsi exprimé dans les ordres & passeports de la Cour d'Espagne, du 14 Août 1734, pour notre passage en l'Amérique Espagnole: *Dos sujetos Españoles inteligentes en la Mathematica y Astronomia, para que asistan, con los mencionados Franceses, a todas las Observaciones que hizieren, y apunten las que fueren executando.*

(b) Ingénieur de la Marine à Toulon.

## 6 MESURE DES TROIS PREMIERS

Mesure de la Base d'*Yarouqui*, moyenne entre les deux mesures actuelles prises horizontalement; ou Somme des petites mesures horizontales à différents niveaux. . . . . 6272<sup>toises</sup> 77.

De *Carabourou*, terme septentrional de la Base, hauteur apparente de la mire d'*Oyambaro*, terme austral. 1<sup>d</sup> 6' 19"

D'*Oyambaro*, abaissement apparent de la mire du Signal de *Carabourou*, terme boréal. . . . . 1. 11. 53-

Différence des deux angles précédens, égale à la valeur apparente de l'arc terrestre compris entre les deux termes de la Base. . . . . 0. 5. 34-

Arc véritable tiré de la valeur du degré, postérieurement connue, & répondant à la distance de 6272 toises. . . . . 0. 6. 38.

Excès de l'arc véritable sur l'arc apparent, ou somme des réfractions \* qui ont altéré les deux angles observés. . . . . 0. 1. 4-

Abaissemens apparens au dessous de l'horizon, des points intermédiaires les plus remarquables de la Base, observés à *Oyambaro*, terme austral.

### Du point O

Le point <i>A</i> à 500 toises de distance, a paru bas de	2 <sup>d</sup>	13'	45"
<i>B</i> 948 . . . . .	2.	1.	10.
<i>C</i> 1998 . . . . .	1.	47.	4-
<i>D</i> 2787 . . . . .	1.	32.	21.
<i>E</i> 4081 . . . . .	1.	22.	31.

Hauteurs apparentes d'autres points observés de *Carabourou*, terme austral.

### Du point C

Le point <i>F</i> à 2093 toises de distance, a paru haut de	0.	47.	22 $\frac{1}{2}$
<i>G</i> 1400 . . . . .	0.	35.	47 $\frac{1}{2}$

Planche I, De ces angles de hauteur & de dépression, j'ai tiré, en fig. 1.

\* Voyez ci-après art. XIII.

corrigeant la réfraction, la différence de niveau entre tous ces points, & la hauteur de chacun au dessus du plus bas de tous, qui est *Carabourou*, terme boréal de la Base.

Hauteur du point <i>O</i> au dessus du niveau de <i>Carabourou</i> . . .	toises.
<i>A</i> . . . . .	126, 08
<i>B</i> . . . . .	106, 72
<i>C</i> . . . . .	92, 96
<i>D</i> . . . . .	65, 03
<i>E</i> . . . . .	53, 45
<i>F</i> . . . . .	32, 87
<i>G</i> . . . . .	30, 29
	15, 13

Si la pente du terrain étoit uniforme sur toute la longueur, chacun des échelons horizontaux de la mesure actuelle se confondant avec l'arc dont il est tangente, leur somme pourroit être réputée égale à l'arc ou à la ligne de niveau, prise à une hauteur moyenne entre les hauteurs des deux termes extrêmes : mais la pente totale du terrain de la Base étant inégalement distribuée sur la longueur, la supposition précédente pourroit s'écarter de la vérité : & je ne me la suis pas permise. Cependant cette supposition, qui seroit trop peu exacte à l'égard de la longueur totale de la Base, ne tire pas à conséquence, quant aux petites portions dans lesquelles je l'ai divisée ; chacune d'elles étant comprise entre deux points peu éloignés l'un de l'autre, & dont la différence de niveau est connue. Tels sont les points désignés dans la liste précédente ; ils ont été choisis comme les plus apparens, & les seuls où l'on ait pu soupçonner à l'œil quelque changement d'inclinaison dans le terrain.

C'est en partant de cette supposition & de celle de la hauteur de *Carabourou*, que j'établirai en son lieu de 1226 toises au

# 8 MESURE DES TROIS PREMIERS

dessus du niveau de la mer, que j'ai réduit à une même hauteur les mesures des intervalles *OA, AB, BC, CD, &c.* par leurs différences de niveau.

La Table suivante donne le résultat du calcul.

	<i>Hauteur moyenne au dessus du niveau de Carabourou.</i>	<i>Logarithmes* de réduction.</i>	<i>Quantité à soustraire, pour réduire au niv. de Carabourou.</i>
	toises.		toises.
entre <i>O &amp; A</i> . . . .	116,4 . . . .	155 . . . .	0,0177
<i>A &amp; B</i> . . . .	99,8 . . . .	133 . . . .	0,0137
<i>B &amp; C</i> . . . .	79,0 . . . .	105 . . . .	0,0254
<i>C &amp; D</i> . . . .	59,2 . . . .	79 . . . .	0,0143
<i>D &amp; E</i> . . . .	43,2 . . . .	57½ . . . .	0,0170
<i>E &amp; F</i> . . . .	31,6 . . . .	42 . . . .	0,0009
<i>F &amp; G</i> . . . .	22,7 . . . .	30 . . . .	0,0052
<i>G &amp; K</i> . . . .	7,6 . . . .	10 . . . .	0,0032
		Réduction totale.	0,0974

Il y a donc 7 pouces 1 ligne½, ou 0 toises, 0974 à re-trancher de 6272 toises 4 pieds 7 pouces 4 lignes½, ou de 6272',7691, réputées mesure actuelle de la Base, pour la réduire à la ligne horizontale, ou à l'arc au niveau de son point le plus bas, qui est *Carabourou*. Cet arc sera par conséquent de 6272',6717; & en ôtant 0,0158, pour le réduire à la corde, on aura 6272',6559. Maintenant dans le Triangle *OGK*, connoissant *GK* corde de l'arc *GFK*, & les angles *O* & *K* qu'on peut déduire des angles de dépression & de hauteur,

Planche 1,  
fig. 3.

\* J'ajoute pour la hauteur absolue de *Carabourou* 1226 toises au rayon de la Terre, que je suppose à l'Equateur de 3268219 toises en prenant un milieu entre les hypothèses les plus différentes. Le logarithme de ce nombre croît pour 1000 toises de 0,0001329. Donc de 0,0000001½ pour chaque toise. Et puisque les différences des arcs sont proportionnelles à celles des rayons, on aura la même différence entre le logarithme de chaque arc mesuré à un certain niveau, & celui de l'arc correspondant au niveau de *Carabourou*. C'est ainsi qu'on a réduit à ce niveau les arcs *OA, AB, BC, CD, &c.*

observés

observés à *Oyambaro* & à *Carabourou*, on conclurra le côté *OK*, ou la ligne droite inclinée qui mesure *OK*, distance vraie d'un terme à l'autre de la Base : cette distance sera de 6274<sup>1</sup>/<sub>10</sub>, ou de 6274 toises 0 pieds 3 pouces 2 lignes <sup>9</sup>/<sub>10</sub>, c'est-à-dire, 1<sup>1</sup>/<sub>3</sub> plus longue que la mesure horizontale au niveau de *Carabourou*.

Si l'on avoit pris la somme des *giron*s de marches, ou portions horizontales de la Base, au niveau de leur partie supérieure, on auroit trouvé la mesure horizontale plus longue de 2 pouces 4 lignes <sup>5</sup>/<sub>8</sub>; j'en ai fait le calcul : & on l'eût trouvé plus courte de la même quantité, si l'on avoit fait la somme en prenant le niveau de la partie inférieure des mêmes marches. Il est évident que la vraie mesure est renfermée dans ces étroites limites, & ne peut différer sensiblement de leur milieu, auquel je me suis arrêté.

Comme sur une distance de 6000 toises il n'est pas possible de répondre de quelques pouces de plus ou de moins dans la mesure actuelle, ce seroit prendre une peine inutile que de porter la précision du calcul fort au delà des bornes prescrites à notre industrie. Plusieurs pouces ne sont ici d'aucune importance; un pied même, sur une Base de 6272 toises, ne seroit qu'une toise & un tiers de différence sur le degré, dont on s'estimeroit heureux d'être assuré à 20 toises près.

J'aurois pû, par cette raison, donner la mesure de la Base en pouces, sans lignes ni fractions; mais j'ai cru devoir employer les mesures actuelles telles que nous les avons trouvées.

Si j'ai couru volontairement le risque de me tromper d'un pouce sur la longueur de la Base, ou de 9 pouces sur un degré, j'ai pû négliger sans scrupule des quantités encore plus

petites, après m'être assuré par le calcul qu'elles ne montoient qu'à des fractions de lignes. Telles sont les erreurs qui s'ensuivent des suppositions que j'ai faites précédemment, en regardant les deux lignes verticales aux deux extrémités de la Base, comme concourant à un même point, & la longueur d'un arc de six minutes d'un sphéroïde peu aplati, comme ne différant pas sensiblement de celle d'un arc pareil dans une sphère du même rayon.

## ARTICLE II.

### *Du Système de Triangles formé pour mesurer la Méridienne.*

CETTE Base de 6000 & près de 300 toises, est le premier côté d'une longue suite de Triangles placés à peu près dans la direction du Méridien: cette Suite commence en deçà de la Ligne équinoxiale, & s'étend près de trois degrés au delà dans l'hémisphère austral.

Notre principale attention dans l'ordonnance & la disposition des Signaux qui devoient terminer nos Triangles, avoit été de choisir, autant que le terrain l'avoit pu permettre, les points propres à rendre les Triangles le plus approchant d'être équilatéraux qu'il avoit été possible; condition visiblement la plus avantageuse pour corriger les erreurs qui peuvent se glisser dans l'observation des angles, tant du fait de l'observateur que par le défaut des divisions des instrumens. En effet, dans toute autre espèce de triangle que l'équilatéral, il peut y avoir lieu de douter comment doit être répartie entre les trois angles



supposés observés avec le même soin, la différence de leur somme à 180 degrés; différence que l'on fait être égale à la somme des erreurs commises dans l'observation des trois angles: au lieu qu'il est évident que cette somme doit être distribuée également entre trois angles égaux, & d'autant plus également dans les autres Triangles, qu'ils approchent plus d'être équilatéraux.

Je pourrais ajouter plusieurs autres remarques & quelques réflexions sur le même sujet; par exemple, sur les côtés de Triangles fort obliquement opposés à l'angle qu'ils soutiennent, sur les grands côtés conclus par de petits, sur les cas où les angles aigus tirent ou ne tirent pas à conséquence, &c. Mais ce détail n'est guère susceptible d'abrégé; & je reconnois d'ailleurs que je ne puis mieux faire que d'abandonner à *M. Bouguer* une matière qu'il se propose d'approfondir \*, & que personne ne possède mieux que lui.

Je me contenterai donc de remarquer à l'égard de nos Triangles, 1° Que nous n'avons dans notre suite directe de Triangles, qu'un seul angle au dessous de 34 degrés parmi ceux qui ont servi à conclurre une distance; encore en ce cas avons-nous cherché une confirmation par un Triangle auxiliaire.

2° Que tous les angles ont été mesurés actuellement.

3° Que chaque observateur en particulier a mesuré au moins deux angles de chaque Triangle; & que le troisième angle, déjà conclu nécessairement par les deux premiers, a cependant encore été vérifié par la mesure actuelle d'un ou de deux autres observateurs, pour ne pas laisser le moindre soupçon d'erreur.

\* Voyez le Prospectus de la *Figure de la Terre*, &c. par *M. Bouguer*, page 3.

## ARTICLE III.

*Remarques sur les deux différentes suites de Triangles formées pour la mesure de la Méridienne. Nombre des Observateurs & des instrumens qui y ont été employés.*

TOUT ce que j'ai dit jusqu'ici de notre système de Triangles, convient également aux deux Suites, dont l'une a été mesurée une fois par M. *Codlin*, accompagné de Don *George Juan*, & l'autre a été mesurée deux fois, savoir, par M. *Bouguer* & Don *Antoine de Ulloa*, d'une part, & par moi de l'autre.

Voy. la carte  
des Triangles  
de la Méridienne. Pl. II.

Ces deux Suites, composées chacune de trente & quelques Triangles, sans y comprendre ceux de vérification ou de confirmation, ont dix-huit Triangles communs ( depuis le Triangle IX jusqu'au XXVI ) & elles ne diffèrent l'une de l'autre, que vers leurs extrémités : la Suite que M. *Bouguer* & moi avons mesurée s'étendant plus loin du côté du Sud que celle de M. *Codlin*, & celle-ci s'avancant vers le Nord plus que la nôtre. Ce que j'ai dit, que chaque observateur a mesuré en particulier deux angles au moins de chaque Triangle, doit s'entendre des Triangles communs aux deux Suites ; quant à ceux qui appartiennent à l'une exclusivement à l'autre, tous leurs angles ont été mesurés par l'observateur qui a adopté cette Série.

Nous avons donc, je le répète, parce que ceci a besoin d'être éclairci, deux Suites de Triangles, lesquelles ne diffèrent que vers leurs extrémités ; & ces deux Suites fournissent

trois Mesures trigonométriques différentes, complètes & indépendantes l'une de l'autre, savoir, la Mesure de M. *Godin* & de Don *George Juan*, celle de M. *Bouguer* & de Don *Antoine de Ulloa*, & celle qui m'est particulière.

Les angles de la première de ces trois Mesures ont été observés alternativement avec le Quart-de-cercle de M<sup>rs</sup> les Officiers Espagnols de 24 pouces, & celui de M. *Godin* de 21 pouces de rayon. La liste de ces angles est rapportée, (p. 159 & suiv.) dans le Recueil d'observations, publié à Madrid en 1748 \*. La liste des angles de la seconde mesure, observés par M. *Bouguer* & par Don *Antoine de Ulloa*, avec le Quart-de-cercle de M. *Bouguer* de 2  $\frac{1}{2}$  pieds de rayon, a été pareillement publiée, à quelques angles près, dans le même Ouvrage, p. 218 & suiv. & vient de l'être par M. *Bouguer*. Je n'en ferai point mention, non plus que de la précédente.

La valeur des degrés du Méridien que j'établirai ici, sera uniquement tirée, quant à la partie géodésique, d'une troisième Mesure qui n'a pas encore été publiée : c'est celle qui m'est propre.

## ARTICLE IV.

### *De ma Mesure géométrique particulière.*

JE me suis servi pour cette Mesure d'un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, que l'Académie avoit acquis de la succession de feu M. le Chevalier de *Louville*, & avec lequel

\* Par Don *George Juan* & Don *Antoine de Ulloa*, Capitaines de vaisseaux de S. M. C. &c.

#### 14 MESURE DES TROIS PREMIERS

il avoit travaillé à la détermination de l'obliquité de l'Ecliptique en 1721.

Outre M<sup>rs</sup> les Officiers Espagnols, qui se sont fait un plaisir de seconder M<sup>rs</sup> *Godin & Bouguer*, ceux-ci avoient deux aides intelligens \*, auxquels ils auroient pû, au besoin, s'en rapporter pour la mesure de leurs angles. J'étois moins heureusement partagé. Dénué d'un pareil secours, il m'a fallu redoubler d'attention pour prévenir les méprises & les erreurs presque inevitables, dans un si grand nombre d'opérations; d'autant plus qu'elles ont été exécutées le plus souvent dans des postes fort incommodes & exposés à toutes les injures de l'air. Voici les principales précautions que j'ai prises.

J'ai cru devoir en rendre compte, ou au moins les indiquer; uniquement pour faire voir que je n'ai rien omis ni négligé de ce qui pouvoit de ma part tendre à la perfection de l'ouvrage confié à nos soins; & non pour insinuer que tous mes angles approchent plus du vrai que ceux des autres Observateurs, ce que je suis fort éloigné de prétendre.

1° Il n'y a pas un seul angle de tous ceux que j'ai observés, que je n'aye mesuré plusieurs fois, souvent en différens jours, &, quand cela a été possible, à des heures où les Signaux sur lesquels on pointoit la lunette, étoient différemment éclairés.

2° En estimant les minutes & leurs fractions sur la division du limbe de mon Quart-de-cercle, je ne me suis jamais servi des Transversales, mais toujours du Micromètre, & de deux manières différentes; c'est-à-dire, en tournant la vis alternativement d'un sens & de l'autre, j'ai pris un milieu entre les petites différences, quand il s'en est trouvé.

\* Les sieurs *Hugot* Horloger, & *Grangier*, aujourd'hui Arpenteur royal à *Saint-Domingue*.

3° J'ai rapporté presque toujours l'angle que je mesurois à deux différens points de la division de l'instrument, distans l'un de l'autre de dix minutes. La valeur de cet intervalle étoit connue en parties du Micromètre, & devoit être égale à la somme des parties à ajouter à l'une des mesures, & à soustraire de l'autre; ce qui servoit de vérification.

4° La communication réciproque de la mesure de nos angles observés avec différens instrumens, faite sur le lieu même, & souvent aussi-tôt après l'observation, étoit encore un bon moyen pour reconnoître & vérifier sur le champ les équivoques ou erreurs de chiffres.

5° J'ai remarqué que nous nous étions fait une loi de ne conclurre aucun angle, qui n'eût déjà été actuellement mesuré; & que chacun de nous en particulier a toujours observé au moins deux angles de chaque triangle. J'ajoute que non seulement dans la mesure particulière dont je rends compte, je ne suis conformé à l'arrangement prescrit, mais que je n'ai omis de mesurer moi-même aucun angle, quand cela s'est pu faire, sans perdre de temps: & s'il ne m'a pas été possible, sans retarder l'ouvrage, de me transporter avec mon Quart-de-cercle à tous les Signaux, il est du moins certain que dans tout le cours de la Méridienne, il n'y a que trois Signaux où je n'aye pas observé; & que de 120 angles dont la suite, qui nous est commune à M. Bouguer & à moi, est composée, y compris ceux des triangles de confirmation, j'en ai mesuré réellement moi-même 110 avec le même Quart-de-cercle, & en prenant les précautions que j'ai indiquées. Les lettres *a* & *b* distingueroient dans ma Table les dix angles que j'ai employés dans ma liste, en les tirant de celle de M<sup>rs</sup> Godin & D. George, quoique

jeusse pû me contenter de les conclurre de mes seules observations. *a* désigne le Quart-de-cercle de 21 pouces, *b* celui de 24 pouces, & *c* celui de 30 pouces de rayon.

---

## ARTICLE V.

### *Des différentes corrections faites aux angles observés.*

OBSERVER des angles sur le terrain à quelques minutes près; est une pratique très-simple & très-facile: elle est suffisante pour les usages ordinaires. Chercher la précision dans un angle de position, jusqu'à s'assurer d'une fraction de minute, jusqu'à discuter quelques secondes de plus ou de moins, est une opération si délicate, qu'il n'y a que ceux qui l'ont tentée qui puissent en bien sentir toutes les difficultés. Dans tous les arts, comme dans une longue & pénible carrière, les derniers pas que l'on fait sont toujours incomparablement les plus difficiles.

Je suppose l'angle aussi exactement observé qu'il peut l'être; il y a quelquefois encore quatre & cinq corrections à y faire, pour en déduire l'angle véritable, ou plutôt pour en approcher autant qu'il est possible.

### PREMIÈRE CORRECTION.

#### *Défaut de parallélisme dans la Lunette.*

La vérification de la position de la lunette fixe du Quart-de-cercle, pour reconnoître si son axe optique est en effet; comme on le suppose, parallèle au rayon qui passe par le point *o*, où commence la graduation, & la correction qui en résulte; sont connues & pratiquées de tous les Observateurs.

Je

Je n'ai jamais manqué de répéter cette correction; non seulement chaque fois que le Quart-de-cercle a été transporté, ce qui la rend indispensable, mais encore, presque toujours, à chaque angle que j'ai observé, ou au moins au commencement & à la fin de chaque opération.

## SECONDE CORRECTION.

*Erreur des Divisions.*

La plus difficile & la plus négligée des corrections, quoique souvent la plus importante, est celle qui regarde la vérification des divisions de l'instrument. Mais que n'en coûte-t-il point pour faire cet examen!

Je ne ferai qu'indiquer les principaux moyens que j'ai mis en usage en différens temps & en différens lieux, pour reconnoître les erreurs de la division de mon Quart-de-cercle, & en faire une Table.

Le tour de l'horizon qui doit valoir 360 degrés, en quelque nombre d'angles qu'il soit partagé, & la somme des trois angles, qui dans tout Triangle observé doit toujours être égale à 180 degrés, sont les deux moyens les plus simples & les plus ordinairement pratiqués, pour reconnoître si les divisions sont exactes. Je les ai employés utilement. Le premier, dans un pays de montagnes tel que celui où nous étions, exige un calcul long & pénible. A ces deux moyens, j'en ai joint un troisième de même espèce, aussi aisé à imaginer que difficile à bien exécuter; & c'est celui qui m'a le mieux réussi : mais ce n'est qu'après trois ans de tentatives peu satisfaisantes que j'ai rencontré dans la plaine de *Tarqui*, près de *Cuenca*, un terrain uni tel que l'exigeoit cette opération.

Je parvins, non sans peine, à poser en ligne droite, trois points distans l'un de l'autre d'environ 1500 toises. Je plaçai le centre de mon Quart-de-cercle, disposé horizontalement, ou plutôt l'intersection des deux lunettes, sur le point du milieu; & je divisai le demi-cercle, dont ma ligne droite étoit le diamètre, en deux, en trois, quatre, cinq, six angles égaux, &c. par des mires très-distinctes, posées à la distance de 4 à 500 toises: je vérifiai ainsi les angles de 90, 60, 45, 36, 30, 15, &c. degrés, sous-multiples de 180.

J'ai fait d'autres essais, pour vérifier les divisions de degré en degré: voici celui dont j'ai tiré le plus de parti. A une distance de 500 toises exactement mesurées, & prises pour rayon, je tendis un cordeau à angle droit; je plaçai sur cet alignement des mires, à la longueur calculée des tangentes, de degré en degré. Ensuite dirigeant la lunette immobile du Quart-de-cercle sur la première mire, & pointant l'alhidade successivement sur les suivantes, j'examinai si elle répondoit aux divisions correspondantes du limbe, ou de combien elle s'en écartoit.

Avec toutes ces méthodes rectifiées l'une par l'autre, & par la fréquente comparaison des angles observés avec mon Quart-de-cercle, aux mêmes angles observés avec d'autres instrumens, dont les divisions avoient aussi été examinées, je suis parvenu à dresser une Table des erreurs de mon Quart-de-cercle, de degré en degré.

Aussi-tôt que je l'eus achevée, au mois d'Avril 1740, je la remis à M<sup>rs</sup> *Godin* & *Bouguer*, avec la liste de tous mes Triangles corrigés conformément à cette Table: ce sont les mêmes que je donne aujourd'hui. Il est vrai qu'en repassant



toute cette matière, & en répétant mes calculs pour la troisième fois, depuis mon retour en France, j'ai été tenté de faire à certains angles quelques corrections, qui eussent mieux fait convenir le calcul de la mesure conclue avec la mesure actuelle de la seconde Base; mais j'ai mieux aimé renoncer à cette apparence d'exactitude, que d'encourir le soupçon de l'avoir cherchée après coup. Je donnerai donc ici mes angles, tels que je les avois corrigés avant que d'avoir calculé les côtés.

## TROISIÈME CORRECTION.

*Réduction au centre.*

Il est rare qu'on ait la commodité de placer un Quart-de-cercle au centre du Signal d'où l'on observe; & il est impossible d'y en placer deux en même temps. Ainsi de deux Observateurs dans le cas dont il est ici question, il y en a au moins un qui opère à quelque distance du centre. D'ailleurs l'intersection des deux lunettes de l'instrument changeant à chaque angle, il faudroit, quand on a plusieurs angles à observer dans la même station, transporter, pour chaque angle, le pied du Quart-de-cercle. Il est souvent plus court & plus commode de remarquer à quelle distance, de quel côté, & dans quelle direction l'on est, à l'égard du centre du Signal. Avec cela; & la distance des objets observés à peu près connue, on est en état de réduire l'angle observé à celui qui l'eût été du centre même. Cette correction, qui n'est que de quelques secondes quand l'objet est éloigné & qu'on n'est qu'à quelques pieds du centre, exige quelquefois la résolution de deux Triangles.

## QUATRIÈME CORRECTION

*Par la somme des trois angles.*

Si les trois angles d'un Triangle ont été bien observés, il est clair, qu'après les corrections précédentes, leur somme doit être égale à deux angles droits. Si elle en diffère, & qu'il n'y ait aucune raison de rejeter sur un angle plutôt que sur un autre la petite différence qui reste, il n'y a guère d'autre parti à prendre, que de la distribuer également entre les trois angles; sur-tout quand les angles sont à peu près égaux, & que la différence ne va qu'à quelques secondes.

## AUTRES CORRECTIONS.

Voilà donc quatre corrections au moins, auxquelles sont ordinairement sujets tous les angles observés; sans parler des corrections extraordinaires, causées tantôt par quelque accident étranger à l'Observateur: comme la chute ou l'inclinaison d'un Signal, ou la diverse manière dont il étoit éclairé lorsqu'il a été observé; tantôt par quelque vice particulier à une observation, causé par une erreur particulière; soit d'un point non vérifié des subdivisions de dix en dix minutes, soit d'un dérangement passager dans l'objectif, lequel peut être produit par la dilatation subite du tuyau de la lunette, exposé par sa partie supérieure à un coup de soleil ardent & peu durable: enfin par mille autres accidens physiques, qui naissent sous les pas des Observateurs, & qui font leur supplice quand ils aspirent à une grande précision.

## ARTICLE VI.






*Table des Triangles de la Méridienne de Quito.*

CETTE Table contient, en douze colonnes, la plupart des conséquences qu'on peut tirer de nos opérations pour la mesure de la Méridienne, & la réponse à la plupart des questions qu'on peut faire sur les différentes parties de ce travail. Voici les titres de chacune des douze colonnes. I. Ordre & Plans des Triangles. II. Noms des lieux où étoient posés les Signaux. III. Angles de position observés. IV. Equation pour la somme des trois angles. V. Longueur des côtés opposés aux angles observés. VI. Angles de hauteur & de dépression apparente observés, & Quarts-de-cercle (qui ont servi aux observations). VII. Hauteurs & Abaissemens respectifs des Signaux. VIII. Angles de position réduits à l'horizon. IX. Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de *Carabourou*. X. Direction des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne. XI. Distances entre les Parallèles des Signaux. XII. Distances entre les Méridiens des Signaux.

Voy. la Table des Triangles, p. 22 & suiv.

Les articles qui suivront la Table, seront employés à en donner l'explication, colonne par colonne : je joindrai à cette explication le détail de ce qui n'a pû entrer dans la Table même.

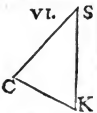
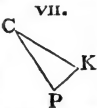

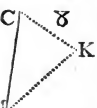
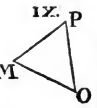
## TABLE du Calcul des Triangles

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIÉUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quantité
<b>I.</b> 	Pamba-marca....	P. 38° 36' 14"	— 3"	CO. 6274,05	C. — 5° 41' 20" calcul.	
	Carabourou.....	C. 77. 35. 40	— 4	PO. 9821,00	O. — 4. 30. 27. c.	
	Terme Nord de la Base.	O. 63. 48. 16	— 3	PC. 9022,96	P. + 5. 33. 6. b.	
	Terme Sud de la Base	180. 0. 10	— 10		O. + 1. 6. 19. a.b.	
<b>II.</b> 	Pamba-marca....	P. 69. 46. 37	0	OT. 15663,05	O. — 4. 30. 27. c.	
	Oyambaro.....	O. 74. 10. 58	0	PT. 16060,29	T. — 1. 26. 20. c.	
	Tanlagoa.....	T. 36. 2. 25	0	PO. 9821,00	P. + 4. 20. 29. a	
		180. 0. 0	0		T. + 1. 18. 39. c.	
<b>III.</b> 	Pamba-marca....	P. 38. 36. 34	— 2	TP. 12690,77	P. + 1. 11. 13. d.	
	Tanlagoa.....	T. 89. 14. 10	— 2	PP. 20335,92	P. + 2. 2. 56. d.	
	Pitchincha.....	Π. 52. 9. 22	— 2	PT. 16060,29	P. — 0. 28. 36. c.d.	
		180. 0. 6	— 6		T. — 2. 16. 8. c.	
<b>IV.</b> 	Pamba-marca....	P. 39. 47. 3	0	PS. 13251,57	Π. + 0. 9. 53. c.	
	Pitchincha.....	Π. 61. 6. 24	0	PS. 18131,07	S. — 2. 21. 47. c.	
	Schangailli.....	S. 79. 6. 33	0	PI. 20335,92	P. — 0. 28. 36. c.d.	
		180. 0. 0	0		S. — 3. 38. 56. c.d.	
<b>V.</b> 	Pitchincha.....	Π. 58. 26. 10	— 4	SC. 18097,10	P. + 2. 4. 55 1/2 c.	
	Schangailli.....	S. 82. 57. 50	— 4	PC. 21128,15	Π. + 3. 25. 47. c.	
	El Coraçon.....	C. 38. 36. 12	— 4	PS. 13251,57	C. + 2. 24. 31 1/2 c.	
		180. 0. 12	— 12		Π. — 0. 7. 59. c.	
					S. — 2. 42. 10. c.	

## de la Méridienne de QUITO.

VII. HAUTEURS & Abaissements repectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabouron.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
<sup>Toises.</sup> C. — 883,85 O. — 757,64 P. + 883,85 O. + 126,11 P. + 757,64 C. — 126,11	P. 38° 44' 42" C. 77. 38. 28 O. 63. 36. 50	<sup>Toises.</sup> CO. 6272,66 Base horizontale réduite. PO. 9790,27 PC. 8978,38	19 25' 4" du Sud à l'Est 44. 11. 46 du Sud à l'Ouest. 82. 56. 28 du Sud à l'Ouest.	<sup>Toises.</sup> 5915,86 7019,21 1103,35	<sup>Toises.</sup> 2085,37 6824,96 8910,33
O. — 757,64 T. — 367,98 P. + 757,64 T. + 392,82 P. + 367,98 O. — 392,82	P. 69. 49. 32 O. 74. 14. 8 T. 35. 56. 20	OT. 15657,28 PT. 16053,26 PO. 9790,27	30. 2. 22 N. O. 65. 58. 42 N. O. 44. 11. 46 S. O.	13554,21 6535,00 7019,21	7837,98 14662,94 6824,96
T. — 367,98 Π. + 113,82 P. + 367,98 Π. + 478,07 P. — 113,82 T. — 478,07	P. 38. 34. 46 T. 89. 16. 39 Π. 52. 8. 35	TΠ. 12679,21 PΠ. 20330,69 PT. 16053,26	23. 17. 57 S. O. 75. 26. 32 S. O. 65. 58. 42 N. O.	11645,24 5110,24 6535,00	5015,04 19677,97 14662,94
Π. + 113,82 S. — 703,20 P. — 113,82 S. — 818,06 P. + 703,20 Π. + 818,06	P. 39. 42. 53 Π. 61. 4. 34 S. 79. 12. 33	ΠS. 13224,46 PS. 18115,02 PΠ. 20330,69	43. 28. 54 S. E. 35. 43. 39 S. O. 75. 26. 32 S. O.	9595,60 14705,84 5110,24	9100,04 10577,92 19677,97
S. — 818,06 C. — 12,11 Π. + 818,06 C. + 807,03 Π. + 12,11 S. — 807,03	Π. 58. 22. 42 S. 83. 5. 22 C. 38. 31. 56	SC. 18076,76 ΠC. 21074,38 ΠS. 13224,46	53. 25. 44 S. O. & par observation 53. 25. 33 14. 53. 48 S. O. & par observation 14. 52. 44 43. 28. 54 S. E.	10770,50 20366,10 9595,60	14517,78 5417,73 9100,04

## Suite de la TABLE du Calcul des


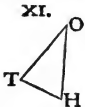
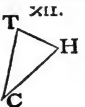


I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quantité
	Schangailli.....	S. 41° 15' 6"	- 1"	CK. 13207,47	C. + 2° 24' 31" <sup>1</sup> / <sub>2</sub> calc.	
	El Coraçon.....	C. 74. 7. 50	- 2	SK. 19267,09	K. + 2. 24. 17. d.	
	Koto-pacfi.....	K. 64. 37. 8	- 1	SC. 18097,10	S. - 2. 42. 10. c.	
	Signal de Pouta-maïson.	180. 0. 4	- 4		K. + 0. 6. 50. c.	
	El Coraçon.....	C. 21. 22. 12	- 1	KP. 4942,15	S. - 2. 42. 54. c.	
	Koto-pacfi.....	K. 81. 46. 44	- 1	CP. 13423,60	C. - 0. 19. 34. c.	
	Papa-ourcou.....	P. 76. 51. 7	- 1	CK. 13207,47	P. - 5. 5. 50. c.	
		180. 0. 3	- 3		C. + 1. 31. 58. c.	
	El Coraçon.....	C. 41. 37. 19	- 3	PM. 12772,30	K. + 5. 0. 47. c.	
	Papa-ourcou.....	P. 94. 6. 26	- 3	CM. 19180,17	P. - 1. 45. 19. c.	
	Milin.....	M. 44. 16. 24	- 3	CP. 13423,60	M. - 1. 24. 35. c.	
		180. 0. 2	- 9		C. + 1. 31. 58. c.	
	Pour vérifier la dist. CM.				M. - 0. 15. 31. c.	
	El Coraçon.....	C. 62. 56. 18	+ 3	KM. 17658,69	O. + 1. 1. 39. c.	
	Koto-pacfi.....	K. 75. 17. 50	+ 3	CM. 19180,31	P. + 0. 3. 28. a.d.	
	Milin.....	M. 41. 45. 43	+ 3	CK. 13207,47	O. + 1. 11. 25. c.d.	
		179. 52. 51	+ 2		P. - 1. 14. 45. c.	
	Papa-ourcou.....	P. 60. 31. 30	0	MO. 12979,72	M. - 1. 23. 45. c.	
	Milin.....	M. 60. 31. 54	0	PO. 12980,58		
	Ouangotassfin.....	O. 58. 56. 36	0	PM. 12772,30		
		180. 0. 0	0			

## Triangles de la Méridienne de Quito.

(2)

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position reduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtes horizontales, reduits au niveau de Carahourou.	X. DIRECTION des côtes des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
<i>Toises.</i> C. + 807,42 K. + 860,53 S. — 807,42 K. + 50,71 S. — 860,53 C. — 50,71	S. 41° 17' 20"	<i>Toises.</i> C.K. 13203,95	52° 27' 53" du Sud à l'Est.	<i>Toises.</i> 8044,50	<i>Toises.</i> 10470,45
S. — 807,42 K. + 50,71 S. — 860,53 C. — 50,71	C. 74. 6. 23	S.K. 19245,40	12. 8. 24 du Sud à l'Ouest.	18815,00	4047,33
S. — 860,53 C. — 50,71	K. 64. 36. 17	S.C. 18076,76	53. 25. 44 du Sud à l'Ouest.	10770,50	14517,78
K. + 50,71 P. — 385,13 C. — 50,71 P. — 435,47 C. + 385,13 K. + 435,47	C. 21. 17. 28	K.P. 4922,82	45. 45. 36 S. O.	3433,82	3526,15
C. — 50,71 P. — 435,47 C. + 385,13 K. + 435,47	K. 81. 46. 31	C.P. 13415,48	31. 10. 25 S. E.	11478,32	6944,30
C. + 385,13 K. + 435,47	P. 76. 56. 1	C.K. 13203,95	52. 27. 53 S. E.	8044,50	10470,45
P. — 385,13 M. — 419,53 C. + 385,13 M. — 35,29 C. + 419,53 P. + 35,29	C. 41. 38. 11	P.M. 12770,50	54. 43. 34 S. O.	7374,78	10425,85
C. + 385,13 M. — 35,29 C. + 419,53 P. + 35,29	P. 94. 6. 1	C.M. 19171,87	10. 27. 46 S. O. & par observ. red.	18853,11	3481,55
C. + 419,53 P. + 35,29	M. 44. 15. 48	C.P. 13415,48	10. 26. 49 31. 10. 25 S. E.	11478,32	6944,30
K. + 50,71 M. — 419,53 C. — 50,71 M. — 469,48 C. + 419,53 K. + 469,48	C. 62. 55. 37	K.M. 17648,94	52. 14. 3 S. O.	10808,85	13951,86
C. — 50,71 M. — 469,48 C. + 419,53 K. + 469,48	K. 75. 18. 4	C.M. 19172,10	10. 27. 44 S. O.	18853,36	3481,41
C. + 419,53 K. + 469,48	M. 41. 46. 19	C.K. 13203,95	52. 27. 53 S. E.	8044,50	10470,45
M. — 35,29 O. + 257,47 P. + 35,29 O. + 292,90 P. — 257,47 M. — 292,90	P. 60. 30. 50	M.O. 12974,21	64. 44. 52 S. E.	5534,85	11734,37
P. + 35,29 O. + 292,90 P. — 257,47 M. — 292,90	M. 60. 31. 34	P.O. 12975,77	5. 47. 16 S. E.	12909,63	1398,53
P. — 257,47 M. — 292,90	O. 58. 57. 36	P.M. 12770,50	54. 43. 34 S. O.	7374,78	10425,85

## Suite de la TABLE du Calcul des

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIÉUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Cartes de dessin.
	Milin.....	M. 52° 18' 25"	+ 1	OT. 13547,44	O. + 1° 11' 25" c. d.	
	Ouangou-tassin....	O. 78. 23. 31	+ 1	MT. 16770,32	T. + 0. 24. 32. a. d.	
	Tchoulapou .....	T. 49. 18. 1	+ 1	MO. 12979,72	M. - 1. 23. 45. c.	
		179. 59. 57	+ 3		T. - 0. 40. 45. c.	
	Ouangou-tassin....	O. 34. 47. 51	+ 4	TH. 8162,43	T. - 0. 40. 45. c.	
	Tchoulapou .....	T. 73. 54. 8	+ 5	OH. 13741,93	H. - 2. 15. 5. d.	
	Hivicatfou.....	H. 71. 17. 48 <sup>b</sup>	+ 4	OT. 13547,44	O. + 0. 27. 15. b.	
		179. 59. 47	+ 11		H. - 2. 42. 50. b.	
	Tchoulapou.....	T. 75. 56. 26	0	HC. 13746,66	T. + 2. 34. 50. calc.	
	Hivicatfou.....	H. 68. 53. 20 <sup>b</sup>	0	TC. 13219,50	C. - 0. 39. 53. b.	
	Chitchitchoco....	C. 35. 10. 14	0	TH. 8162,43	T. + 0. 27. 5. c.	
		180. 0. 0	0		H. - 1. 9. 19. c.	
	Hivicatfou.....	H. 34. 29. 33 <sup>b</sup>	- 2	CM. 8122,51	C. + 0. 55. 30. b.	
	Chitchitchoco...	C. 72. 6. 5	- 2	HM. 13649,13	M. + 1. 42. 30. b.	
	Moulmoul.....	M. 73. 24. 28	- 2	HC. 13746,66	H. - 1. 9. 19. c.	
		180. 0. 6	- 6		M. + 1. 13. 5. c.	
	Chitchitchoco....	C. 48. 51. 20	+ 1	MY. 6282,14	M. + 1. 13. 5. c.	
	Moulmoul.....	M. 54. 19. 20	+ 1	CY. 6776,47	Y. + 3. 20. 35. c.	
	Ygoalata.....	Y. 76. 49. 17	+ 1	CM. 8122,51	C. - 1. 20. 30. c.	
	ou Gouyima.	179. 59. 57	+ 3		Y. + 2. 7. 15. c.	
					C. - 3. 36. 0. calc.	
					M. - 2. 12. 58. a. c.	





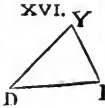


## Triangles de la Méridienne de Quito.

(3)

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. O. + 292,90 T. + 159,03 M. — 292,90 T. — 133,98 M. — 159,03 O. + 133,98	M. 52° 18' 26" O. 78. 24. 16 T. 49. 17. 18	Toises. OT. 13544,16 MT. 16767,00 MO. 12974,21	36° 50' 52" du Sud à l'Ouest. 12. 26. 26 du Sud à l'Est 64. 44. 52 du Sud à l'Est.	Toises. 10838,47 16373,31 5534,85	Toises. 8122,31 3612,06 11734,37
T. — 133,98 H. — 511,71 O. + 133,98 H. — 376,99 O. + 511,71 T. + 376,99	O. 34. 46. 33 T. 73. 51. 44 H. 71. 21. 43	TH. 8152,70 OH. 13730,55 OT. 13544,16	69. 17. 24 S. E. 2. 4. 19 S. O. 36. 50. 52 S. O.	2883,11 13721,57 10838,47	7625,90 496,42 8122,31
H. — 376,99 C. — 128,75 T. + 376,99 C. + 240,54 T. + 128,75 H. — 240,54	T. 75. 57. 21 H. 68. 54. 30 C. 35. 8. 9	HC. 13742,45 TC. 13216,85 TH. 8152,70	41. 48. 6 S. O. 6. 39. 57 S. O. 69. 17. 24 S. E.	10244,40 13127,51 2883,11	9160,09 1534,19 7625,90
C. + 240,54 M. + 431,46 H. — 240,54 M. + 181,42 H. — 431,46 C. — 181,42	H. 34. 29. 34 C. 72. 4. 3 M. 73. 26. 23	CM. 8119,16 HM. 13640,65 HC. 13742,45	66. 7. 51 S. E. 7. 18. 32 S. O. 41. 48. 6 S. O.	3285,40 13529,81 10244,40	7424,74 1735,34 9160,09
M. + 181,42 Y. + 419,19 C. — 181,42 Y. + 218,01 C. — 419,19 M. — 218,01	C. 48. 51. 0 M. 54. 13. 18 Y. 76. 55. 42	MY. 6276,27 CY. 6762,18 CM. 8119,16	59. 38. 51 S. O. 17. 16. 51 SE. & par observ. red. 17. 17. 59 66. 7. 51 S. E.	3171,52 6456,93 3285,40	5416,00 2008,74 7424,74

## Suite de la TABLE du Calcul des


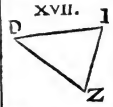



I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Remarques
XV. 	Moulmoul.....	M. 60° 49' 35"	+ 3"	YI. 11760,33 <sup>Toises</sup>	Y. + 2° 7' 35" c. I. — 0. 22. 25. c.	
	Ygoalata..... ou Goyama.	Y. 91. 22. 11	+ 3	MI. 13464,98	M. — 2. 12. 58. a.c. I. — 1. 33. 56. a.c.	
	Hmal.....	I. 27. 48. 5	+ 3	MY. 6282,14	M. + 0. 10. 9. c. Y. + 1. 22. 59. c.	
		172. 59. 51	+ 2			
I. 	Moulmoul...	M. 69. 54. 40	0	YN. 8916,43	Y. + 2. 7. 35. c. N. — 1. 55. 50. calc.	
	Ygoalata.....	Y. 68. 39. 35	0	MN. 8843,08	M. — 2. 12. 58. a.c. N. — 3. 27. 5. a.c.	
	Nabouço.....	N. 41. 25. 45	0	MY. 6282,14	M. + 1. 47. 40. calc. Y. + 3. 18. 20. calc.	
		180. 0. 0	0			
2 	Ygoalata.....	Y. 77. 52. 47	+ 2	NA. 12980,27	N. — 3. 27. 5. a.c. A. — 2. 21. 16. a.c.	
	Nabouço.....	N. 59. 55. 39	+ 2	YA. 11489,13	Y. + 3. 18. 20. calc. A. + 0. 12. 40. calc.	
	Amoula.....	A. 42. 11. 28	+ 2	YN. 8916,43	Y. + 2. 10. 20. calc. N. — 0. 25. 20. calc.	
		177. 59. 54	+ 6			
3 	Ygoalata.....	Y. 55. 16. 28	0	AI. 10787,99	A. — 2. 21. 16. a.c. I. — 1. 33. 56. a.c.	
	Amoula.....	A. 63. 38. 22	0	YI. 11760,44	Y. + 2. 10. 20. calc. I. + 0. 43. 10. calc.	
	Hmal.....	I. 61. 5. 10	0	YA. 11489,13	Y. + 1. 22. 59. c. A. — 0. 53. 11. c.	
		180. 0. 0	0			
XVI. 	Ygoalata.....	Y. 71. 36. 6	+ 3	ID. 16989,88	I. — 1. 33. 56. a.c. D. + 0. 38. 3 1/2. c.	
	Hmal.....	I. 67. 20. 20	+ 3	YD. 16522,84	Y. + 1. 22. 59. c. D. + 0. 23. 39. c.	
	Dolomboc..... ou Sna pongo	D. 41. 3. 25	+ 3	YI. 11760,33	Y. + 0. 22. 43. b.c. I. — 0. 39. 54. b.c.	
		179. 59. 51	+ 9			

## Triangles de la Méridienne de Quito.

(4)

VII. HAUTEURS & Abaissemens respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carahouza.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
<i>Telfs.</i> Y. + 238,01 I. — 63,78  M. — 238,01 I. — 302,52 M. + 63,78 Y. + 302,52	M. 60° 47' 19"  Y. 91. 25. 57  I. 27. 46. 44	<i>Telfs.</i> YI. 11754,02  MI. 13462,44  MY. 6276,27	28° 55' 12" du Sud à l'Est. 1. 8. 28 S. E. & par 2 obfer. red. 1. 9. 27 59. 38. 51 du Sud à l'Ouest.	<i>Telfs.</i> 10288,25  13459,76  3171,52	<i>Telfs.</i> 5684,10  268,10  5416,00
Y. + 238,01 N. — 287,45 M. — 238,01 N. — 525,46 M. + 287,45 Y. + 525,46	M. 69. 48. 30  Y. 68. 44. 45  N. 41. 26. 45	YN. 8899,31  MN. 8837,09  MY. 6276,27	51. 36. 24 S. E. 10. 9. 39 S. E. 59. 38. 51 S. O.	5526,97  8698,49  3171,52	6974,97  1558,97  5416,00
N. — 525,46 A. — 453,71 Y. + 525,46 A. + 71,72 Y. + 453,71 N. — 71,71	Y. 77. 59. 34  N. 59. 53. 12  A. 42. 7. 14	NA. 12978,55  YA. 11478,00  YN. 8899,31	68. 30. 24 S. O. 26. 23. 10 S. O. 51. 36. 24 S. E.	4755,25  10282,21  5526,97	12076,01  5101,03  6974,97
A. — 453,71 I. — 302,52 Y. + 453,71 I. + 151,16 Y. + 302,52 A. — 151,16	Y. 55. 18. 15  A. 63. 38. 50  I. 61. 2. 55	AI. 10784,81  YI. 11754,07  YA. 11478,00	89. 58. 0 S. E. 28. 55. 5 S. E. 26. 23. 10 S. O.	° 6,27  10288,49  10282,21	10784,81  5683,78  5101,03
I. — 302,52 D. — 146,01 Y. + 302,52 D. + 157,00 Y. + 146,01 I. — 157,00	Y. 71. 36. 44  I. 67. 20. 33  D. 41. 2. 43	ID. 16985,94  YD. 16518,42  YI. 11754,02	83. 44. 15 S. O. 42. 41. 32 S. O. 28. 55. 12 S. E.	1852,89  12141,14  10288,25	16884,57  11200,46  5684,10

## Suite de la TABLE du Calcul des

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIÉUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quantités
	Pour vérif. la dist. Y. D Ygoalata.....	Y. 94° 15' 4"	- 2"	ND. 19345,00	N. — 3° 27' 5" a.e. D. — 0. 38. 3 ÷ c.	
	Nabouço.....	N. 58. 23. 7	- 1	YD. 16519,44	Y. + 3. 18. 20. calc. D. + 0. 59. 10. calc.	
	Dolomboc.....	D. 27. 21. 53	- 1	YN. 8916,43	Y. + 0. 22. 43 ÷ b.c. N. — 1. 17. 31 ÷ b.c.	
	ou Siça-pengo.	180. 0. 4	- 4			
	Ilmal.....	I. 63. 39. 35	- 1	DZ. 16443,09	D. + 0. 23. 39. a. Z. — 0. 38. 46. c.	
	Dolomboc.....	D. 48. 31. 31	- 1	IZ. 13747,24	I. — 0. 39. 54. b.c. Z. — 1. 7. 45. c.	
	Zagroum.....	Z. 67. 48. 57	- 1	ID. 16989,88	I. + 0. 26. 27. c. D. + 0. 51. 23. a.	
		180. 0. 3	- 3			
	Dolomboc.....	D. 47. 28. 12	+ 3	ZL. 12285,58	Z. — 1. 7. 45. c. L. + 0. 29. 45. c.	
	Zagroum.....	Z. 52. 1. 5	+ 3	DL. 13140,49	D. + 0. 51. 23. a. L. + 1. 52. 36. a.e.	
	Lalangouço.....	L. 80. 30. 34	+ 3	DZ. 16443,09	D. — 0. 42. 35. c. Z. — 2. 4. 20. c.	
		179. 59. 51	+ 9			
	Zagroum.....	Z. 71. 1. 0	- 2	LS. 13256,17	L. + 1. 52. 36. a.e. S. + 1. 53. 19. a.e.	
	Lalangouço.....	L. 47. 46. 35	- 2	ZS. 10381,11	Z. — 2. 4. 20. c. S. — 0. 22. 35. c.	
	Senegalap.....	S. 61. 12. 31 h	- 2	ZL. 12285,58	Z. — 2. 3. 51. c. L. + 0. 10. 39. c.	
		180. 0. 6	- 6			
	Lalangouço.....	L. 66. 28. 33	+ 3	SC. 14357,19	S. — 0. 22. 35. c. C. — 1. 20. 5. c.	
	Senegalap.....	S. 55. 40. 50 h	+ 3	LC. 12932,54	L. + 0. 10. 39. c. C. — 0. 58. 31. c.	
	Choujaï.....	C. 57. 50. 28	+ 3	LS. 13256,17	L. + 1. 7. 50. d. S. + 0. 44. 7. c.	
		179. 59. 51	+ 9			



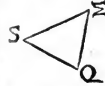
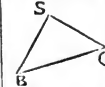
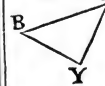
## Triangles de la Méridienne de Quito.

(5)

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. N. — 525,46 D. — 146,01	Y. 94° 17' 48"	Toises. ND. 19338,78	70° 0' 20" du Sud à l'Ouest.	Toises. 6612,42	Toises. 18172,96
Y. + 525,46 D. + 384,58	N. 58. 23. 16	YD. 16515,44	42. 41. 24 du Sud à l'Ouest	12139,39	11197,99
Y. + 146,01 N. — 384,58	D. 27. 18. 56	YN. 8899,40	51. 36. 24 du Sud à l'Est.	5526,97	6974,97
D. + 157,00 Z. — 130,40	I. 63. 39. 7	DZ. 16437,81	47. 44. 0 S. E.	11055,79	12164,36
I. — 157,00 Z. — 281,97	D. 48. 31. 45	IZ. 13744,61	20. 5. 8 S. O.	12908,67	4720,21
I. + 130,40 D. + 281,97	Z. 67. 49. 8	ID. 16985,94	83. 44. 15 S. O.	1852,89	16884,57
Z. — 281,97 I. + 138,21	D. 47. 26. 43	ZL. 12275,95	80. 14. 28 S. O.	2080,80	12098,32
D. + 281,97 I. + 423,20	Z. 52. 1. 32	DL. 13136,75	0. 17. 17 S. E. & par 3 obliq. red.	13136,59	66,04
D. — 138,21 Z. — 423,20	L. 80. 31. 45	DZ. 16437,81	0. 17. 19 S. E.	11055,79	12164,36
L. + 423,20 S. + 357,95	Z. 71. 3. 38	LS. 13252,85	51. 59. 59 S. E.	8159,32	10443,34
Z. — 423,20 S. — 64,06	L. 47. 45. 33	ZS. 10373,04	9. 10. 50 S. O.	10240,11	1654,97
Z. — 357,95 L. + 64,06	S. 61. 10. 49	ZL. 12275,95	80. 14. 28 S. O. & par obliq. red. 80. 14. 35	2080,80	12098,32
S. — 64,06 C. — 278,15	L. 66. 28. 44	SC. 14352,69	72. 19. 42 S. O.	4356,93	13675,41
L. + 64,06 C. — 214,26	S. 55. 40. 19	LC. 12926,82	14. 28. 45 S. O.	12516,25	3232,07
L. + 278,15 S. + 214,26	C. 57. 50. 57	LS. 13252,85	51. 59. 59 S. E.	8159,32	10443,34

E ij

## Suite de la TABLE du Calcul des

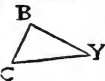

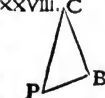


I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de depression apparente observés.	Quantité de côtés.
XXI. 	Senegolap.....	S. 78° 6' 04"	- 3"	CS. 16838,71 <sup>Toises</sup>	C. - 0° 58' 31" c. Σ. + 0. 3. 49. c.	
	Choujaï.....	C. 45. 21. 30"	- 3	SS. 12245,00	S. + 0. 44. 7. c. Σ. + 0. 42. 35. a.	
	Sacha-tian-lema..	Σ. 56. 32. 39	- 3	SC. 14357,19	S. - 0. 15. 36. c. C. - 0. 58. 30. calc.	
		180. 0. 9	- 9			
XXII. 	Choujaï.....	C. 50. 53. 7a	- 3	ΣS. 13398,15	Σ. + 0. 42. 35. a. S. + 1. 29. 12. a. c.	
	Sacha-tian-lema..	Σ. 51. 55. 31	- 3	CS. 13593,68	C. - 0. 58. 30. calc. S. + 0. 26. 31. c.	
	Sinaçouan.....	S. 77. 11. 31	- 3	CΣ. 16838,71	C. - 1. 42. 30. c. Σ. - 0. 40. 20. c.	
		180. 0. 9	- 9			
XXIII. 	Sacha-tian-lema..	Σ. 56. 59. 55	- 1	SQ. 11791,10	S. + 0. 26. 31. c. Q. - 0. 58. 59. c.	
	Sinaçouan.....	S. 50. 38. 46	- 1	ΣQ. 10871,42	Σ. - 0. 40. 20. c. Q. - 1. 33. 12. c.	
	Quinoa-lema....	Q. 72. 21. 22b	- 1	ΣS. 13398,15	Σ. + 0. 42. 32 1/2 b. S. + 1. 21. 4 1/2 b.	
		180. 0. 3	- 1			
XXIV. 	Sinaçouan.....	S. 86. 39. 22	0	QB. 16809,12	Q. - 1. 33. 12. c. B. - 1. 41. 10. c.	
	Quinoa-lema....	Q. 48. 53. 41b	0	SB. 12687,32	S. + 1. 21. 4 1/2 b. B. - 0. 20. 57 1/2 b.	
	Boucran.....	B. 44. 26. 57	0	SQ. 11791,10	S. + 1. 30. 53 1/2 c. Q. + 0. 4. 0 1/2 c.	
		180. 0. 0	0			
XXV. 	Quinoa-lema....	Q. 47. 25. 1b	- 1	BY. 12416,76	B. - 0. 20. 57 1/2 b. Y. - 0. 48. 27 1/2 b.	
	Boucran.....	B. 47. 12. 6	- 2	QY. 12373,74	Q. + 0. 4. 0 1/2 c. Y. - 0. 22. 27 1/2 c.	
	Yaffouai.....	Y. 85. 22. 58	- 2	QB. 16809,12	Q. 1. 0. 37. 24. c. B. + 0. 21. 9. c.	
		180. 0. 5	- 5			

## Triangles de la Méridienne de Quito.

(6)

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. C. — 214,26 Σ. + 34,57 S. + 214,26 Σ. + 247,50 S. — 34,57 C. — 247,50	S. 78° 5' 46"	Toises. CΣ. 16833,36	62° 18' 38" du Sud à l'E.R.	Toises. 7822,10	Toises. 14905,59
S. + 214,26 Σ. + 247,50 S. — 34,57 C. — 247,50	C. 45. 21. 40	SΣ. 12241,01	5. 46. 4 du Sud à l'E.R.	12179,04	1230,18
Σ. + 247,50 S. + 378,89 C. — 247,50 S. + 130,24 C. — 378,89 Σ. — 130,24	Σ. 56. 32. 34	S C. 14352,69	72. 19. 42 du Sud à l'Ouest.	4356,93	13675,41
Σ. + 247,50 S. + 378,89 C. — 247,50 S. + 130,24 C. — 378,89 Σ. — 130,24	C. 50. 53. 19	Σ S. 13393,96	65. 46. 58 S. O.	5494,16	12215,24
C. — 247,50 S. + 130,24 C. — 378,89 Σ. — 130,24	Σ. 51. 54. 24	C S. 13585,32	11. 25. 19 S. E.	13316,26	2690,34
S. + 130,24 Q. — 169,78 Σ. — 130,24 Q. — 298,78 Σ. + 169,98 S. + 298,78	S. 77. 12. 17	CΣ. 16833,36	62. 18. 38 S. E. & par observ. red. 62. 16. 40	7822,10	14905,59
Σ. 56. 58. 57	S. 56. 58. 57	S Q. 11784,46	63. 34. 6 S. E.	5245,62	10552,58
Σ. 50. 38. 56	S. 50. 38. 56	Σ Q. 10867,72	8. 48. 1 S. O.	10739,78	1662,66
Q. 72. 22. 7	Q. 72. 22. 7	Σ S. 13393,96	65. 46. 58 S. O.	5494,16	12215,24
Q. — 298,78 B. — 357,98 S. + 298,78 B. — 61,03 S. + 357,98 Q. + 61,03	S. 86. 42. 0	Q B. 16805,81	67. 33. 46 S. O.	6414,29	15533,58
S. + 298,78 B. — 61,03 S. + 357,98 Q. + 61,03	Q. 48. 52. 8	S B. 12679,26	23. 7. 54 S. O.	11659,91	4280,99
B. — 61,03 Y. — 154,50 Q. + 61,03 Y. — 96,80 Q. + 154,50 B. + 96,80	B. 44. 25. 52	S Q. 11784,46	63. 34. 6 S. E.	5245,62	10552,58
Y. — 154,50 Q. + 61,03 Y. — 96,80 Q. + 154,50 B. + 96,80	Q. 47. 25. 1	BY. 12414,32	65. 14. 22 S. E.	5199,45	11273,02
Y. — 96,80 Q. + 154,50 B. + 96,80	B. 47. 11. 52	Q Y. 12370,59	20. 8. 45 S. O.	11613,74	4260,56
	Y. 85. 23. 7	Q B. 16805,81	67. 33. 46 S. O.	6414,29	15533,58

## Suite de la TABLE du Calcul des

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quantité
XXVI 	Boucran .....	B. 85° 6' 43"	+ 2	YC. 14017,03	Y. — 0° 32' 27" $\frac{1}{2}$ c.	
	Yaffouai .....	Y. 32. 55. 40	+ 2	BC. 7647,32	C. — 1. 14. 38 c.	
	Cahouapata .....	C. 61. 57. 31	+ 2	BY. 12416,76	B. + 0. 21. 9. c.	
		179. 59. 54	+ 6		C. — 0. 21. 13. c.	
XXVII. Y 	Yaffouai .....	Y. 49. 20. 47	+ 2	CB. 13324,72	C. — 0. 21. 13. c.	
	Cahouapata .....	C. 77. 42. 17	+ 2	YB. 17160,48	B. — 1. 1. 6. c.	
	Borma .....	B. 52. 56. 49	+ 3	YC. 14017,03	Y. + 0. 9. 8. d.	
		179. 59. 53	+ 7		B. — 0. 59. 40. d.	
XXVIII. C 	Cahouapata .....	C. 34. 8. 45	0	BP. 9232,49	P. — 0. 59. 40. d.	
	Borma .....	B. 91. 44. 57	0	CP. 16440,71	C. + 0. 47. 27. c.	
	Pougin .....	P. 54. 6. 17	+ 1	CB. 13324,72	P. — 0. 53. 3. c.	
		179. 59. 53	+ 1		C. + 1. 2. 30. c.	
XXIX. B 	Borma .....	B. 37. 47. 33	+ 1	PΠ. 6649,00	P. — 0. 53. 3. c.	
	Pougin .....	P. 83. 53. 43	+ 2	BΠ. 10788,55	Π. + 0. 31. 47. c.	
	Pillatchiquir .....	Π 58. 18. 39	+ 2	BP. 9232,49	B. + 0. 44. 15. c.	
		179. 59. 55	+ 1		Π. + 2. 1. 47. c.	
XXX. A 	Pougin .....	P. 38. 4. 36	+ 2	ΠA. 4104,75	P. — 0. 41. 50. calc.	
	Pillatchiquir .....	Π. 54. 30. 6	+ 1	PA. 5418,68	P. — 2. 10. 20. calc.	
	Ailpa-roupachca .....	A. 87. 25. 14	+ 1	PΠ. 6649,00	A. — 3. 0. 4. calc.	
		179. 59. 56	+ 4		P. — 1. 9. 10. calc.	
					Π. + 1. 56. 0. calc.	








## Triangles de la Méridienne de Quito.

(7)

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. Y. — 96,80 C. — 157,41 B. + 96,80 C. — 61,86 B. + 157,41 Y. + 61,86	B. 85° 7' 21" Y. 32. 55. 16 C. 61. 57. 23	Toises. Y.C. 14014,84 B.C. 7644,52 B.Y. 12414,32	81° 50' 22" du Sud à l'Ouest. 19. 52. 59 S. O. & par observ. red. 19. 54. 17 65. 14. 22 S. E. & par observ. red. 65. 13. 44	Toises. 1989,37 7188,81 5199,45	Toises. 13872,93 2599,91 11273,02
C. — 61,86 B. — 266,00 Y. + 61,86 B. — 207,54 Y. + 266,00 C. + 207,54	Y. 49. 20. 46 C. 77. 42. 3 B. 52. 57. 11	C.B. 13321,54 Y.B. 17156,32 Y.C. 14014,84	20. 27. 35 S. E. 32. 29. 36 S. O. 81. 50. 22 S. O.	12481,20 14470,56 1989,37	4656,53 9216,41 13872,93
B. — 207,54 P. — 338,03 C. + 207,54 P. — 130,62 C. + 338,03 B. + 130,62	C. 34. 9. 5 B. 91. 44. 15 P. 54. 6. 40	B.P. 9230,90 C.P. 16435,63 C.B. 13321,54	67. 48. 10 S. O. 13. 41. 30 S. O. 20. 27. 35 S. E.	3487,40 15968,60 12481,20	8546,79 3890,26 4656,53
P. — 130,62 Π. + 115,49 B. + 130,62 Π. + 245,64 B. — 115,49 P. — 245,64	B. 37. 46. 3 P. 83. 55. 5 Π. 58. 18. 52	Π.Π. 6643,85 Π.Π. 10786,78 B.P. 9230,90	28. 16. 45 S. E. 30. 2. 7 S. O. 67. 48. 10 S. O.	5850,91 9338,31 3487,40	3147,65 5399,14 8546,79
Π. + 245,64 A. + 104,76 P. — 245,64 A. — 140,88 P. — 104,76 Π. + 140,88	P. 38. 4. 42 Π. 54. 32. 33 A. 87. 22. 45	Π.A. 4101,81 P.A. 5417,39 Π.Π. 6643,85	82. 49. 18 N. O. 9. 47. 57 S. O. 28. 16. 45 S. E.	512,55 5338,35 5850,91	4069,66 922,01 3147,65

F ij

## Suite de la TABLE du Calcul des

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quatre-vingt.
XXXI. 	Pougin.....	P. 16° 31' 31"	0"	Toutes. AC. 1541,34	A. + 1° 3' 48" calc. C. — 0. 50. 0. calc.	
	Ailpa-roupachca.	A. 72. 49. 55	0	PC. 5177,56	P. — 1. 9. 10. calc. C. — 6. 34. 40. calc.	
	Chinan.....	C. 90. 38. 34	0	PA. 5418,68	P. + 0. 44. 56. c. A. + 6. 33. 11. c.	
	Terme Sud de la Base.	180. 0. 0	0			
XXXII. 	Pougin.....	P. 94° 58. 37	0	OC. 5260,35	O. — 11. 36. 50. calc. C. — 0. 50. 0. calc.	
	Ouaoua - tarqui..	O. 78. 40. 54	0	PC. 5177,56	P. + 11. 36. 15. c. C. + 0. 27. 40. c.	
	Chinan.....	C. 6. 20. 29	0	PO. 583,21	P. + 0. 44. 56. c. O. — 0. 32. 30. c.	
		180. 0. 0	0			
3I 	Pougin.....	P. 79. 16. 8	— 2	AO. 5340,89	A. + 1. 3. 48. calc. O. — 11. 36. 50. calc.	
	Ailpa-roupachca.	A. 6. 9. 41	— 2	PO. 583,39	P. — 1. 9. 10. calc. O. — 2. 25. 44. calc.	
	Ouaoua - tarqui..	O. 94. 34. 17	— 2	PA. 5418,68	P. + 11. 36. 15. c. A. + 2. 20. 30. calc.	
		180. 0. 6	— 6			
32 	Ailpa-roupachca.	A. 78. 41. 9	+ 1	OC. 5260,33	O. — 2. 25. 44. calc. C. — 6. 34. 40. calc.	
	Ouaoua - tarqui..	O. 16. 42. 1	0	AC. 1541,59	A. + 2. 20. 30. calc. C. + 0. 27. 40. c.	
	Chinan.....	C. 84. 36. 48	+ 1	AO. 5340,89	A. + 6. 33. 11. c. O. — 0. 32. 30. c.	
	Terme Sud de la Base.	179. 59. 58	+ 2			
XXXIII. 	Cotchesqui *.....	C. 83. 25. 15	— 3	TO. 15663,05	T. + 1. 34. 21. c. O. — 0. 40. 33. c.	
	Tanlagoa.....	T. 62. 37. 39	— 4	CO. 14001,35	C. — 1. 42. 50. calc. O. — 1. 33. 48. d.	
	Oyambaro.....	O. 33. 57. 16	— 3	CT. 8806,04	C. + 0. 27. 34. d T. + 1. 18. 39. a.	
		180. 0. 10	— 10			

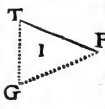


\* Ce Triangle a été ajouté pour avoir la Position de l'Observatoire de Cotchesqui.

## Triangles de la Méridienne de Quito.

(8)

VII. HAUTEURS & Abaissemens respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position reduits à l'horizon.	IX. LONGUEUR des côtes horizontaux, reduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtes des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. A. + 104,76 C. — 71,47	P. 16° 25' 1"	Toises. A.C. 1531,22	63° 3' 3" du Nord à l'Ouest.	Toises. 693,95	Toises. 1364,92
P. — 104,76 C. — 176,23	A. 72. 51. 0	P.C. 5176,94	26. 12. 58 du Sud à l'Ouest.	4644,41	2286,95
P. + 71,47 A. + 176,23	C. 90. 43. 59	P.A. 5417,39	9. 47. 57 du Sud à l'Ouest.	5338,35	922,01
O. — 117,17 C. — 71,47	P. 95. 15. 11	O.C. 5260,09	32. 25. 29 S. O.	4440,03	2820,42
P. + 117,17 C. + 46,02	O. 78. 32. 18	P.C. 5176,94	26. 12. 58 S. O.	4644,41	2286,95
P. + 71,47 O. — 46,02	C. 6. 12. 31	P.O. 571,27	69. 2. 13 S. E.	204,38	533,45
A. + 104,76 O. — 117,17	P. 78. 51. 1	A.O. 5336,70	15. 47. 51 N. E.	5135,13	1452,85
P. — 104,76 O. — 222,25	A. 5. 59. 54	P.O. 568,41	69. 3. 4 S. E.	203,22	530,83
P. + 117,17 A. + 222,25	O. 95. 9. 5	P.A. 5417,39	9. 47. 57 S. O.	5338,35	922,01
O. — 222,25 C. — 176,23	A. 78. 50. 54	O.C. 5259,94	32. 23. 53 S. O. & par observ. red.	4439,90	2820,34
A. + 222,25 C. + 46,02	O. 16. 37. 38	A.C. 1534,07	32. 23. 47 63. 5. 14 N. O.	695,24	1367,48
A. + 176,23 O. — 46,02	C. 84. 31. 28	A.O. 5336,70	15. 47. 51 N. E.	5135,13	1452,85
T. + 252,54 O. — 138,75	C. 83. 23. 53	T.O. 15657,28	30. 2. 22 S. E.	13554,21	7837,98
C. — 252,54 O. — 138,75	T. 62. 39. 16	C.O. 14000,46	3. 54. 29 S. O.	13967,90	954,21
C. + 138,75 T. + 138,75	O. 33. 56. 51	CT. 8801,91	87. 18. 22 S. O.	413,69	8792,19

*Suite de la TABLE du Calcul des  
Triangles ajoutés pour réduire les Observations au Méridien*

I. ORDRE & PLANS des TRIANGLES.	II. NOMS DES LIEUX où étoient posés les Signaux.	III. ANGLES DE POSITION observés.	IV. Equation pour la somme des 3 Angles	V. LONGUEUR des côtés opposés aux Angles observés.	VI. ANGLES de hauteur & de dépression apparente observés.	Quantité
	Pamba-marca .....	P. 47° 2' 38" c	+ 6"	TG. 12742,15	T. — 1° 26' 20". c.	
	Tanlagoa.....	T. 65. 39. 37 a	+ 5	PG. 15862,51	G. — 2. 10. 17. c.	
	Goapoulo.....	G. 67. 17. 33 a	+ 1	PT. 16060,29	P. + 1. 11. 13. d.	
		179. 59. 48	+ 12		G. — 1. 0. 30. calc.	
	Pamba-marca.....	P. 47. 57. 21 c	0	GΓ. 13616,64	G. — 2. 10. 17. c.	
	Goapoulo.....	G. 72. 8. 54 a	0	PΓ. 17452,91	Γ. — 0. 14. 12. c.	
	Goamani.....	Γ. 59. 53. 45 b	0	PG. 15862,51	P. + 1. 55. 42 1/2. b.	
		180. 0. 0	0		Γ. + 2. 9. 22. calc.	
	Pamba-marca.....	P. 46. 41. 1 b	0	ΓQ. 14568,49	Γ. — 0. 14. 12. c.	
	Goamani.....	Γ. 72. 40. 4	0	PQ. 19114,12	Q. — 2. 0. 48. calc.	
	QUITO.....	Q. 60. 38. 55 b	0	PΓ. 17452,91	P. — 0. 2. 40. calc.	
	Tout de la Mercy. Étage de la grosse Cloche.	180. 0. 0	0		Q. — 2. 27. 37. calc.	

*Ces trois derniers Triangles ont été tirés de la*

## Triangles de la Méridienne de Quito.

(9)

Et au Parallèle de la Tour de la Mercy de Quito.

VII. HAUTEURS & Abaissements respectifs des Signaux.	VIII. ANGLES de position réduits à l'Horizon.	IX. LONGUEUR des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.	X. DIRECTION des côtés des Triangles par rapport à la Méridienne.	XI. DISTANCE entre les Parallèles des Signaux.	XII. DISTANCE entre les Méridiens des Signaux.
Toises. T. — 367,98 G. — 567,78 P. + 367,98 G. — 201,70 P. + 567,78 T. + 201,70	P. 47° 3' 54" T. 65. 37. 45 G. 67. 18. 21	Toises. T G. 12739,35 P G. 15849,98 P T. 16053,26	0° 20' 57" du Sud à l'Est. 66. 57. 24 du Sud à l'Ouest. 65. 58. 42 du Nord à l'Ouest.	Toises. 12739,12 6204,12 6535,00	Toises. 77,63 14585,29 14662,91
G. — 567,78 Γ. — 29,29 P. + 567,78 Γ. + 538,49 P. + 29,29 G. — 538,49	P. 47. 55. 49 G. 72. 12. 3 Γ. 59. 52. 8	G Γ. 13604,12 P Γ. 17449,03 P G. 15849,98	40. 50. 33 S. E. 19. 1. 35 S. O. 66. 57. 24 S. O.	10291,65 16425,77 6204,12	8896,85 5688,44 14585,29
Γ. — 29,29 Q. — 618,91 P. + 29,29 Q. — 596,09 P. + 618,91 Γ. + 596,09	P. 46. 39. 41 Γ. 72. 39. 11 Q. 60. 41. 8	Γ Q. 14554,64 P Q. 19101,42 P Γ. 17449,03	53. 37. 36 N. O. 65. 41. 16 S. O. 19. 1. 35 S. O.	8631,55 7864,22 16495,77	11718,97 17407,42 5688,44

suite mesurée particulièrement par M. Godin.

## ARTICLE VII.

*Explication de la Colonne I de la Table: Ordre & plan des Triangles.*

LA suite & l'enchaînement des Triangles de la Méridienne se voit dans la planche II, qui les représente tous; mais j'ai cru outre cela qu'en cherchant dans la Table la mesure d'un angle, la longueur ou la direction d'un côté, &c. il seroit commode pour le Lecteur d'avoir sous les yeux la figure du Triangle qu'il considère, & d'en trouver le plan vis-à-vis des calculs qui lui répondent.

Ce sont ces plans isolés des Triangles, orientés & placés selon l'ordre des observations, qui composent la première Colonne de la Table.

Dans le calcul de chaque Triangle, j'ai désigné les Signaux correspondans par la lettre initiale de leur nom; & dans le petit nombre de cas où les noms de deux Signaux d'un même Triangle ont commencé par la même lettre, j'ai employé pour l'un des deux une lettre grecque.

---

## ARTICLE VIII.

*Explication de la Colonne II: Noms des lieux où étoient placés les Signaux.*

EN France, la multitude des objets, tels que les clochers; châteaux, moulins, arbres isolés, donnoit souvent à l'Observateur la liberté de choisir le point qui lui convenoit le mieux pour

pour former les Triangles; mais dans le pays où nous avons opéré, les montagnes sur lesquelles nos Triangles devoient s'appuyer nécessairement, ne nous offroient pas de point fixe, & il nous a fallu poser des Signaux artificiels: nous les formions d'abord suivant la nature du terrain, tantôt avec des pièces de bois dressées en pyramides & couvertes de paille, tantôt en élevant des masses de pierres cylindriques ou coniques; ceux de bois étoient sujets à être souvent enlevés dans les lieux où le bois étoit rare; & tel Signal, comme celui de *Pamba-marca*, a été, par différens accidens, renouvelé jusqu'à sept fois.

Pendant mon dernier séjour sur cette montagne, je m'avisai de faire rassembler par les Indiens qui nous servoient, un grand nombre de pierres des ruines d'une ancienne fortification des naturels du pays, & d'en former une espèce de tourelle que je rendis respectable en la faisant servir de base à une croix de 18 pieds de haut. Ce Signal nous a servi depuis en plusieurs occasions, & nous a dispensés de retourner sur la montagne: il subsistoit encore cinq ans après, lorsque je partis de *Quito*.

Après nos premiers Triangles, nous convînmes, conformément à la proposition qu'en fit *M. Godin*, de nous servir désormais pour Signaux, de tentes ou de canonières qui avoient cet avantage, que lors même que vûes d'un lieu plus élevé, elles se projetoient sur le terrain, leur couleur blanche les rendoit apparentes, & servoit à les distinguer de fort loin.

La seconde Colonne de la Table des Triangles est une simple liste des noms des lieux où étoient posés les Signaux. Ces noms sont Indiens pour la plupart; je les ai écrits selon l'ortho-

graphie françoise, non seulement parce que j'écris en François; mais encore parce qu'il y a quelques sons communs à la langue Péruvienne & à la Françoisé, qui sont totalement inconnus dans la langue Espagnole, & que l'orthographe Espagnole ne peut rendre: tels sont ceux que nous exprimons par *ch* & par *j*. Un de nos Signaux, par exemple, étoit placé sur une montagne que les Indiens nomment *Chonjai*. Il est impossible d'écrire ce mot en Espagnol, sans en changer totalement la prononciation.

Dans les noms Espagnols, comme *Cuenca*, qui se prononce *Coinca*, &c. j'ai suivi l'orthographe Espagnole pour ne les pas rendre méconnoissables aux yeux, & ils sont écrits en caractère italique.

Je crois devoir avertir le Lecteur, pour prévenir toute équivoque, que les endroits où nous avons posé des Signaux nous ont quelquefois été désignés sous différens noms. Un Père Indien se croit en droit d'imposer des noms à sa fantaisie à des lieux que lui seul fréquente, & tous sont dans l'usage d'en donner à chaque pièce de terre & à chaque colline des montagnes de leur canton. Le Signal qui termine notre Triangle XIV étoit posé sur le sommet d'une montagne nommée *Ygualata*; on nous dit que cet endroit en particulier se nommoit *Guayama*. Feu M. *Maldonado*, Seigneur du lieu, m'a plusieurs fois assuré qu'il s'étoit soigneusement informé de son Fermier & de ses Indiens, du nom de *Guayama*, dont il n'avoit jamais rien pû découvrir; ce qui m'a déterminé à rendre à ce Signal son vrai nom d'*Ygualata*. Peut-être en aurai-je encore nommé quelqu'un autrement que M. *Bouguer*; il y en a qui ont changé deux & trois fois de nom.



## ARTICLE IX.

*Explication de la Colonne III: Angles de position observés.*

DANS la Table de mes angles observés & corrigés, dont je donnai copie au mois d'Avril 1741 à M<sup>rs</sup> Godin & Bouguer, les différentes équations qui résultoient des diverses corrections précédemment expliquées, faisoient autant de Colonnes séparées; j'ai crainé qu'il ne parût plus d'affectation que d'utilité à étaler ici tout ce détail. Je n'ai donc fait, dans la Table ci-jointe, qu'une seule Colonne des angles qui avoient déjà subi la correction de l'erreur des divisions, celle du défaut de parallélisme de la Lunette, & celle de la réduction au centre. Ainsi on y trouvera les angles tels qu'ils eussent été observés, si le Quart-de-cercle eût été bien divisé, la Lunette bien placée sur le limbe, & que l'intersection des Lunettes se fût faite au centre du Signal: il y en a même quelques-uns qui, outre ces corrections communes à tous, ont encore été soumis à une correction particulière, de la nature de celles que j'ai indiquées à la fin de l'article V. C'est toujours par observation, que les erreurs qui sont l'objet de la correction, ont été reconnues; j'ai donc pû intituler cette Colonne, *Angles de position observés*.

Les lettres *a, b, c*, qui se trouvent à la suite de quelques angles, servent à désigner les différens Quarts-de-cercle avec lesquels ont été observés les angles, comme je l'ai déjà remarqué. Tous les autres angles, qui ne sont suivis d'aucune lettre, ont été observés avec mon Quart-de-cercle de trois pieds de

H ij

rayon (*Voyez art. IV.*) Ce même Quart-de-cercle a été désigné ailleurs par la lettre *d*; & un autre d'un pied de rayon, lequel m'appartenoit, & qui n'a été employé que pour quelques angles de hauteur, a été indiqué par la lettre *e*.

---

## ARTICLE X.

*Explication de la Colonne IV: E'quation pour la somme des trois angles.*

IL arrive souvent que la somme des trois angles d'un Triangle, même après toutes les corrections précédentes, n'est pas encore égale à deux angles droits, comme elle devroit l'être. La quantité dont elle en diffère, partagée également entre les trois angles, est l'équation indiquée dans la quatrième Colonne de la Table; & celle-ci est le résultat de la quatrième correction, qui a été expliquée dans l'article V.

On peut voir par la Table des Triangles, que cette équation, ainsi distribuée, ne monte que très-rarement à quatre secondes pour chaque angle; qu'ordinairement même elle n'est que d'une, deux, ou trois secondes, tantôt en plus, tantôt en moins, comme il doit arriver aux erreurs dont la cause n'est pas constante; & enfin que l'équation est quelquefois nulle. Mais si l'on fait attention que sur un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, quatre secondes ne répondent pas à un centième de ligne, & qu'un cheveu de grosseur ordinaire couvre au moins huit à dix secondes, on jugera, sans doute, qu'il n'étoit guère permis d'espérer une plus grande précision.

## ARTICLE XI.

*Explication de la Colonne V: Longueur des côtés opposés aux angles observés.*

Vis-à-vis de chaque angle de position de la troisième & quatrième Colonnes, on trouve dans la cinquième la longueur calculée, en toises & en centièmes de toises, du côté opposé à cet angle. Cette longueur est la distance, en droite ligne, des Signaux entre lesquels l'angle a été observé. Par exemple, dans la ligne 3 de la troisième Colonne (*Tr. I*) vis-à-vis de l'angle *O* de  $63^{\text{d}} 48' 16''$  observé à *Oyambaro* entre les Signaux *P* & *C* de *Pamba-marca* & de *Carabourou*, l'on trouve dans la cinquième Colonne le nombre 9022,96, qui exprime en toises la longueur du côté *PC* opposé à l'angle *O*, c'est-à-dire, la distance en ligne droite entre les deux Signaux de *Pamba-marca* & de *Carabourou*. Comme un même côté peut être commun à plusieurs Triangles, & que dans une suite de Triangles il est au moins commun aux deux qui se touchent, le nombre qui exprime la distance de deux Signaux, ou la longueur d'un côté, ne peut manquer de se trouver répété dans la Table, au moins vis-à-vis des deux angles auxquels le côté est opposé, dans deux Triangles différens. On a cru que cette répétition, qui sert de confirmation, déplaieroit moins que de laisser des vuides à remplir dans la Table.

Le premier nombre de la Colonne V que nous examinons ici ou le premier côté de Triangle 6274,05 toises, n'a pas été observé avec le Quart-de-cercle; c'est la distance en droite ligne des deux termes de la Base, telle qu'elle a été conclue de la mesure actuelle.

H iij

## ARTICLE XII.

*Explication de la Colonne VI: Angles verticaux , ou de hauteur & de dépression apparente , réciproquement observés d'un Signal à l'autre.*

LA réduction des angles à un plan horizontal, de laquelle il sera parlé bien-tôt, étoit un point très-capital dans notre travail, vû la grande inégalité du terrain. Cette réduction suppose la connoissance des angles de hauteur ou de dépression des objets entre lesquels l'angle de position a été observé: aussi avons-nous eu grande attention d'observer la hauteur ou l'abaissement apparent des Signaux, sans négliger jamais de rectifier le Quart-de-cercle par le renversement, malgré la difficulté qu'il y avoit à y réussir, sur des sommets de montagnes, où un vent violent & continuel ne permettoit pas au fil-à-plomb de s'arrêter, & dans des lieux, dont la neige, le verglas & le froid rendoient souvent l'accès difficile, & le séjour insupportable.

Il est vrai que ces difficultés ont fait, qu'au lieu d'observer chacun de nous à part les angles verticaux avec nos différens Quarts-de-cercle, comme nous avons fait à l'égard des angles de position, nous nous sommes le plus souvent contentés, pour abrégér, d'observer les premiers en commun, avec un seul instrument, en nous aidant mutuellement. Comme nous étions ordinairement ensemble, M. Bouguer & moi, nous nous sommes servis le plus souvent de son Quart-de-cercle, plus maniable que le mien. Il faut avouer aussi que ces angles de hauteur n'ont pas toujours été discutés avec le même scrupule que les

angles de position ; & cela n'étoit ni nécessaire , ni quelquefois possible, sur-tout quand le brouillard , qui commençoit à monter & à obscurcir les Signaux , nous obligeoit d'opérer à la hâte : Cependant , comme nous étions alors deux & trois Observateurs , l'un occupé à pointer la Lunette , les autres à caler l'instrument & à effimer le point de la division où répondoit le fil-à-plomb ; je crois qu'il est arrivé rarement qu'il y ait eu une minute d'incertitude : & par conséquent en prenant le milieu , il ne peut y avoir eu qu'une demi-minute d'erreur à craindre sur la hauteur d'un objet. Je pourrois en excepter un petit nombre de cas , où me trouvant seul , & ne voulant pas perdre un temps précieux , je ne pouvois employer à la mesure des angles verticaux qu'un petit instrument d'un pied de rayon : je profitois , pour les observer , de quelques intervalles *Voy. art. IX.* de temps très-courts , où je ne pouvois faire aucun usage de mon grand Quart-de-cercle , ni pour mesurer les angles des Triangles , parce que des nuages passagers me déroboient la vue de quelque Signal ; ni pour observer les angles verticaux , parce que la mesure des angles de position exigeoit que le grand Quart-de-cercle fût monté horizontalement. Au reste j'ai évité d'employer aucun de ces angles dans ma Table , quand il n'a pas été confirmé par un autre Observateur. D'ailleurs , les petites erreurs auxquelles nous avons été quelquefois exposés dans la mesure des angles verticaux , tirent d'autant moins à conséquence , qu'une minute de plus ou de moins dans la hauteur d'un objet , ne produit souvent pas une seconde de différence dans la réduction d'un angle à l'horizon.

C'est aussi par cette considération , que lorsqu'il eût fallu trop prolonger notre séjour dans une station , nous nous sommes

quelquefois dispensés d'observer certains angles verticaux, dans les cas où l'on pouvoit y suppléer par le calcul, & en les déduisant d'autres angles observés ou observables dans une autre station.

La sixième Colonne de la Table représente donc les angles de hauteur & de dépression, sous lesquels se voient réciproquement l'un de l'autre les deux Signaux dont la distance est exprimée dans la Colonne précédente. Par exemple (*Triang. I. ligne 3.*) vis-à-vis de la distance marquée  $PC$  9022',96 à la cinquième Colonne, on trouve dans une accolade (*Col. VI.*) les nombres  $+4^d 20' 29''$  &  $-1^d 11' 53''$  sous cette forme,

$$Oyambaro. \left| O. 63^d 48' 16'' \right| - 3'' \left| PC. 9022,96 \right\{ \begin{array}{l} P. + 4^d 20' 29'' a. \\ C. - 1^d 11' 53'' a. c. \end{array}$$

ce qui signifie que d'Oyambaro & du point  $O$ , d'où l'on a observé l'angle de  $63^d 48' 16'' - 3''$  entre les Signaux  $P$  &  $C$ , distans de 9022 toises, on a pris aussi la hauteur apparente du Signal  $P$  de Pamba-marca de  $4^d 20' 29''$ , avec le Quart-de-cercle  $a$ , & l'abaissement apparent du point  $C$  de  $1^d 11' 53''$ , en prenant un milieu entre les observations des Quarts-de-cercle  $a$  &  $c$ . Les quantités affectées du signe  $+$  désignent les hauteurs, & celles qui sont précédées du signe  $-$  indiquent les dépressions.

Quand, par les raisons rapportées ci-dessus, quelque hauteur ou quelque dépression n'a pas été observée d'un certain Signal, on y a suppléé par le calcul, en la déduisant des observations faites aux stations précédentes ou suivantes; & alors, au lieu des lettres  $a, b, c, d, e$ , qui servent à désigner les Quarts-de-cercle (*Voy. art. IX.*), on a averti par ces lettres *calc.* que la hauteur ou la dépression avoit été calculée.

ARTICLE

## ARTICLE XIII.

*Explication de la Colonne VII: Hauteurs & Abaissemens respectifs des Signaux.*

A chaque angle de hauteur ou de dépression, marqué dans la Colonne VI, il répond dans la Colonne VII un nombre précédé du signe  $+$  ou du signe  $-$ . Ce nombre exprime la quantité de toises dont le point observé est plus haut ou plus bas que la station de l'Observateur, laquelle est indiquée dans la seconde Colonne. Par exemple, dans le premier Triangle, à la suite de l'angle de hauteur coté  $O+$   $1^d 6' 19''$  *a. b* (Colonne VI), on trouve sur la même ligne, & dans la Colonne VII, le nombre 126,11 précédé du signe  $+$ ; ce qui signifie que le point  $O$ , ou le Signal d'Oyambaro, dont la hauteur apparente a été observée du point  $C$ , est élevé de 126',11 au dessus du même point  $C$ , lequel désigne le Signal de Carabourou, dont le nom est au commencement de la ligne (Col. II). De même, vis-à-vis de l'angle coté  $C-$   $1^d 11' 53''$  *a. c* (Col. VI), on retrouve encore dans la Colonne VII le nombre 126,11 précédé du signe  $-$ ; ce qui veut dire que le point  $C$ , où le Signal de Carabourou, est 126',11 plus bas que celui d'Oyambaro.

Il est évident qu'il en est de même de tout autre nombre qui exprime la différence de hauteur de deux Signaux, & qu'il doit pareillement, & par la même raison, se rencontrer deux fois dans la Colonne VII; une fois en hauteur, & une fois en dépression.

On peut remarquer encore dans cet exemple, que le nombre 126,11 répond à deux angles différens ; favoir, à l'angle de hauteur apparente d'*Oyambaro*, observé à *Carabourou*, de  $1^{\text{d}} 6' 19''$ , & à l'angle de dépression apparente de *Carabourou*, observé à *Oyambaro*, de  $1^{\text{d}} 11' 53''$ . L'inégalité de ces deux angles, & en général celle des angles de hauteur & de dépression réciproquement observés, est une suite de la courbure de la Terre, & de ce que ces angles se mesurent relativement à l'horizon de l'observateur, ou plutôt à la tangente du lieu de l'observation.

Il est aisé de démontrer, 1° que l'angle de dépression est toujours plus grand que l'angle de hauteur. 2° Que ces deux angles sont d'autant plus inégaux, que la distance entre les deux objets est plus grande. 3° Que la différence de ces deux angles, si elle n'étoit pas un peu diminuée par la réfraction, seroit précisément égale à l'angle formé au centre de la Terre (supposée sphérique) par les deux rayons qui se terminent aux points observés. 4° Que ce qui manque à cette différence pour égaler l'angle au centre, est la somme des deux réfractions qui ont altéré les deux angles observés. 5° Que quelquefois deux objets, vus l'un de l'autre, paroissent tous deux réciproquement abaissés sous l'horizon ; & qu'alors ce n'est plus la différence, mais la somme des deux angles de dépression observés, qui, sauf la réfraction, est égale à l'angle au centre de la Terre. 6° Que l'angle vrai de hauteur d'un objet quelconque, est égal à l'angle de hauteur apparente, augmenté du demi-angle au centre de la Terre, & diminué de la réfraction : & réciproquement que l'angle vrai de dépression est égal à l'angle apparent, augmenté de la réfraction, & diminué



de l'angle au centre de la Terre. 7° Que par conséquent la réfraction qui peut, sans erreur sensible, être supposée égale dans les deux angles, sera corrigée dans le calcul, en prenant pour l'angle vrai, de hauteur, ou de dépression, la demi-somme des deux angles observés. Toute cette théorie est fondée sur des démonstrations très-simples, dont je retranche le détail, qui me mèneroit trop loin. Elles pourront être suppléées en partie, par l'inspection de la figure, dans laquelle *BCCK* représente l'angle au centre de la Terre, supposé formé par le concours des deux rayons *BC*, *KC*, ou lignes verticales des points *B* & *A*; *ba* l'arc de la surface de la Terre au niveau de la mer, compris entre les mêmes verticales; *AQL*, *KMB*, deux arcs concentriques au premier, & pris au niveau des points *A* & *B*; *AL*, *KB*, les cordes de ces arcs; *AE*, *BF*, les tangentes des rayons *CA*, *CB*; *EAB* l'angle de hauteur apparente du point *B*, & *LAB* l'angle de hauteur vraie du même point *B*, vû de *A*; *FBA* l'angle de dépression apparente du point *A*, vû de *B*, & *KBA* l'angle de dépression vraie du même point; *CO* une perpendiculaire tirée du centre *C* sur la corde *LA*, & qui partage l'angle *LCA* au centre de la Terre en deux parties égales.

Planche I,  
fig. 4.

#### ARTICLE XIV.

*Hauteurs absoiues des Signaux de la Méridienne & des montagnes principales de la Province de Quito.*

LES hauteurs des Signaux, rapportées dans la Colonne VII de la Table des Triangles, ne sont, comme l'indique le titre, que les hauteurs respectives, ou celles d'un Signal par rapport

I ij

à un autre; mais on peut, par de simples additions ou soustractions, déduire de ces hauteurs relatives, la hauteur absolue de chaque Signal au dessus du niveau de la mer; pourvu qu'on connoisse d'abord celle d'un seul Signal. C'est ainsi que j'ai formé la liste suivante de la hauteur absolue de tous les Signaux de la Méridienne, en supposant que *Carabourou*, la plus basse de toutes nos stations, étoit élevée de 1226 toises au dessus de la surface de la mer; comme je l'avois conclu dès 1740, par un très-long & très-fastidieux calcul, fondé sur quelques angles observés par M. *Bouguer* dans l'isle de l'*Inca* sur la rivière des *E'meraudes*, au Nord-ouest de *Quito*; sur quelques autres que nous avons observés ensemble au bourg du *Quinché*, à l'Est de cette même ville, &c.

M. *Bouguer*, par un calcul semblable, avoit d'abord déduit la hauteur absolue de *Carabourou*, de 1214 toises. L'élévation de ce point au dessus de l'isle de l'*Inca* étoit conclue géométriquement; mais celle de l'isle au dessus du niveau de la mer n'étoit fondée que sur la différence de hauteur du Baromètre, & sur l'estime de la pente moyenne de la rivière des *E'meraudes*. Une autre combinaison des mêmes élémens, tirée de mes propres observations du Baromètre au bord de la mer, & des différentes vitesses de cette rivière, dont j'avois levé le cours en 1736, me fit juger qu'il y avoit environ douze toises à ajouter à la hauteur conclue par M. *Bouguer*, à qui je fis part dans le temps de mes calculs & de ma détermination. J'ai vu dans les Mémoires de l'Académie de 1744, qu'il s'étoit arrêté au même nombre que moi.

Il n'y a aucune hauteur des Signaux de la Table suivante; qui ne soit le résultat moyen de deux diverses déterminations,

lesquelles ne diffèrent communément entr'elles que d'une toise, rarement de trois. Par exemple, la hauteur de 2222', 53 du Signal de *Pitchincha*, qui a servi à nos Triangles, est moyenne entre deux hauteurs du même Signal; l'une de 2221', 44, conclue par l'angle observé à *Tanlagoa*; l'autre de 2223', 62, déduite de l'angle observé à *Pamba-marca*; & les hauteurs de chacune de ces deux dernières montagnes ont été pareillement tirées du milieu de deux autres observations. Cette méthode, outre qu'elle me fournissoit une vérification, a dû communément me donner plus de justesse dans le résultat : car si l'une des deux observations est bonne, & qu'elles diffèrent l'une de l'autre de deux toises ; en prenant le milieu, on n'aura qu'une toise d'erreur à craindre.

L'irrégularité de la réfraction, le défaut d'observation réciproque des angles de hauteur & de dépression, & quelques erreurs accidentelles, ont donné dans une ou deux occasions jusqu'à cinq toises de différence. Dans ce cas, comme dans les autres, on a pris le nombre moyen. Il est vrai aussi que j'ai fait outre cela quelques corrections aux angles verticaux, dans deux ou trois stations; mais ce n'a été qu'après m'être convaincu par un examen scrupuleux, qu'elles étoient nécessaires, & je suis en état d'en rendre compte. D'ailleurs, ces corrections n'ont jamais passé une minute : je ne parle point de quelques erreurs manifestes de 10 minutes, que j'ai reconnues & corrigées.

Aux hauteurs des Signaux, j'ai cru devoir joindre celle des plus hautes montagnes de la province de *Quito*, qui pourroient bien être aussi les plus hautes montagnes du monde; puisque le sol qui leur sert de base est communément élevé

de 15 à 16 cens toises au dessus du niveau de la mer. De là les eaux prennent leur cours vers tous les points de l'horizon, & donnent naissance aux rivières de *Guayaquil*, des *Émeraudes*, & à celle de *Napo*, qui a long-temps été regardée comme la principale source du *Maranon*, ou du fleuve des *Amazones*.

Je ne donne ici que la liste des montagnes les plus remarquables de la province de *Quito*, de celles qui offrent le spectacle singulier de la neige dont leur sommet est toujours couvert, & au milieu de laquelle on voit, dans quelques-unes, les flammes s'ouvrir un passage. Il ne neige jamais à *Quito*, dont le sol est à 1560 toises de hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer; deux ou trois cens toises plus haut; la neige couvre quelquefois la terre, mais cette neige se fond bien-tôt; & ce n'est guère qu'à 2440 toises de hauteur qu'elle se conserve sans jamais se fondre: c'est ce que nous avons constamment remarqué aux environs de l'Equateur.

Planche II, La Figure 2 de la seconde Planche est une coupe du terrain de la Méridienne sur sa longueur de plus de trois degrés. Malgré la petitesse de l'échelle, la courbure de l'arc du Méridien au niveau de la mer y est sensible sur cette distance, & se distingue de la corde du même arc laquelle est aussi tracée. La hauteur de tous nos Signaux, celle des montagnes, celle de nos deux observatoires aux deux extrémités de la Méridienne, & celle du sol des trois principales villes de la province, *Quito*, *Cuenca*, & *Riobamba*, y sont représentées en proportion avec leurs distances en latitude, & sur la même échelle que la Carte des Triangles de la Méridienne qu'on voit immédiatement au dessus. L'aspect des montagnes est conforme dans ce profil à celui qu'elles offrent en effet. La différence de leurs hauteurs se

manifeste à la vûe dans le dessein, & de plus on l'a exprimée en toises. Pour éviter la confusion, les noms des montagnes sont écrits au dessus de l'arc, & ceux des Signaux le sont au dessous; chacun vis-à-vis d'une ligne verticale ponctuée qui répond au point désigné. La ligne horizontale ponctuée marque la hauteur du niveau de 1440 toises, à laquelle la neige ne fond plus. On eût pû diviser l'arc du Méridien, au niveau de la surface de la mer, de minute en minute, comme dans la carte des Triangles; on s'est contenté dans le profil, de marquer l'Equateur & ses Parallèles de degré en degré.

La carte & le profil ont été réduits d'après un dessein d'une échelle quadruple, fait sous mes yeux dès 1740. Je réserve pour une autre occasion une carte de la Province de *Quito*, dressée avec soin par M. *Verguin*; à laquelle j'ai contribué pour ma part, en donnant le détail de 40 lieues de Côtes, le cours de la Rivière des *E'meraudes*, & plus de 400 relèvemens.

*T A B L E de la hauteur des Signaux de la Méridienne de Quito au dessus du niveau de la mer.*

Les noms Espagnols sont en caractère romain.

	toises.		toises.
<i>Carabourou</i> , terme nord		<i>Milin</i> . . . . .	1793, 82
de la première Balc. . .	1226, 00	<i>Papa-ourcou</i> . . . . .	1828, 39
<i>Oyambaro</i> , terme sud. . .	1352, 11	<i>Ouango-tassin</i> . . . . .	2086, 29
la <i>Tola de Cotchesqui</i> . .	1490, 84	<i>Tchoulapou</i> . . . . .	1952, 58
<i>Pamba-marca</i> . . . . .	2109, 80	<i>Hivicatsou</i> . . . . .	1575, 09
<i>Goapoulo</i> (le <i>Siga</i> de M. <i>Gedín</i> )	1541, 85	<i>Chitchichoco</i> . . . . .	1824, 22
<i>Goamani</i> , idem . . . . .	2080, 42	<i>Moulmoul</i> . . . . .	2006, 09
<i>Tanlagoa</i> . . . . .	1743, 37	<i>Ygoalata</i> ou <i>Goayama</i>	2243, 75
<i>Pitchincha</i> (le <i>Signal</i> ) . .	2222, 53	<i>Ilmal</i> . . . . .	1941, 77
<i>Schangaili</i> . . . . .	1405, 53	<i>Dolomboc</i> ou <i>Sica-pongo</i>	2098, 52
El <i>Coraçon</i> (le <i>Signal</i> ) . .	2212, 18	<i>Nabouço</i> . . . . .	1715, 98
<i>Pouca-ouaïcou</i> , <i>Signal</i>		<i>Amoula</i> . . . . .	1790, 31
sur <i>Koto-pacsi</i> . . . . .	2264, 47	<i>Zagroum</i> . . . . .	1813, 82

## 56 MESURE DES TROIS PREMIERS

	toises.		toises.
<i>Sanlangouço</i> . . . . .	2236,74	<i>Cahouapata</i> . . . . .	1819,97
<i>Sénégalap.</i> . . . . .	2172,22	<i>Borna</i> . . . . .	1614,06
<i>Choujai</i> . . . . .	1958,27	<i>Pougin</i> . . . . .	1482,69
<i>Satcha-tian-loma</i> . . . . .	2206,28	<i>Pillatchiquir</i> . . . . .	1728,94
<i>Sinaçacuan</i> . . . . .	2336,84	<i>Ailpa-roupachca</i> . . . . .	1587,75
<i>Quinoa-loma</i> . . . . .	2037,18	<i>Oua-oua-tarqui</i> , terme	
<i>Bouéran</i> . . . . .	1977,51	nord de la seconde Base. . . . .	1365,34
<i>Yaffouai</i> . . . . .	1881,70	<i>Chinan</i> , terme sud . . . . .	1411,37

### HAUTEUR du Sol de quelques lieux de la Province de Quito.

	toises.
Sol de <i>Quito</i> , grande place . . . . .	1462
Sol de <i>Riebamba</i> . . . . .	1695
Sol de <i>Cuenca</i> . . . . .	1350

### HAUTEUR des montagnes les plus remarquables de la Province de Quito, dont les sommets sont couverts de neige, & dont la plupart ont été ou sont actuellement Volcans.

On a désigné la position des deux premières montagnes, parce qu'elle n'est pas comprise dans la carte des Triangles, ni dans le profil de la Planche II.

	toises.
<i>Cota-catché</i> , à 33000 toises au nord de <i>Quito</i> . . . . .	2570
<i>Cayambé-ourcou</i> , sous l'Equateur même, 34000 toises à l'Est de <i>Quito</i> . . . . .	3030
<i>Pitchincha</i> , Volcan en 1539, 1577 & 1660. Son sommet oriental . . . . .	2430
<i>Anti-fana</i> , Volcan en 1590 . . . . .	3020
<i>El Coraçon</i> , la plus grande hauteur connue où l'on ait monté . . . . .	2470
<i>Sinchoulagoa</i> , Volcan en 1660, communiquant avec <i>Pitchincha</i> . . . . .	2570
<i>Ilinça</i> , présumé Volcan . . . . .	2717
<i>Keto-pacsi</i> , Volcan en 1533, 1742 & 1744 . . . . .	2950
<i>Chinto-raco</i> , Volcan. (on ignore l'époque de son éruption). . . . .	3220
<i>Cargavi-raço</i> , Volcan écroulé en 1698 . . . . .	2450
<i>Tongouragea</i> , Volcan en 1641. . . . .	2620
<i>El Altar</i> , l'une des montagnes appelées <i>Coillanès</i> . . . . .	2730
<i>Sangai</i> , Volcan continuellement enflammé depuis 1728.....	2680

## ARTICLE

## ARTICLE XV.

*Explication de la Colonne VIII: De la réduction des angles observés en différens plans, à l'horizon.*

DEUX chaînes de hautes montagnes, disposées à peu près parallèlement, à quelques lieues de distance l'une de l'autre, nous ont fourni la plupart des points d'appui de nos Triangles; c'étoit tantôt sur le sommet, tantôt sur le penchant de ces montagnes, & quelquefois dans le vallon qui les séparoit, que nous placions nos Signaux; selon que la nature du terrain, & la meilleure disposition des Triangles l'exigeoit. Il y a eu quelquefois jusqu'à 900 ou 1000 toises de différence de hauteur entre deux Signaux voisins.

Pour déduire de ces Triangles, observés dans des plans si diversément inclinés, la longueur de la Méridienne; il a fallu commencer par réduire chaque Triangle à un plan horizontal, & les rapporter tous à un même niveau. Cette réduction peut se faire par la Trigonométrie rectiligne, & par la Trigonométrie sphérique: je me suis servi de celle-ci, qui n'a pas besoin pour cette opération de considérer l'amplitude de l'arc itinéraire entre l'observateur & le point observé; & qui, par cette raison, procède dans le calcul des angles réduits à l'horizon, d'une manière plus simple, & plus indépendante de toute supposition anticipée de la figure de la Terre.

Rapporter à un plan horizontal, l'angle observé entre deux objets, dans un plan incliné; c'est la même chose que chercher l'angle que comprendroient deux plans verticaux, qu'on feroit passer par ces deux objets, & par le zénith

K

de l'observateur. Or dans le Triangle sphérique que forment ces trois points, les trois côtés sont donnés; l'un entre les deux objets, par l'observation de l'angle de position; les deux autres, par la distance des mêmes objets au zénith; c'est-à-dire, par le complément de la hauteur observée de chaque objet. Par ces trois côtés connus, on aura de quoi conclure l'angle au zénith, qui est le même que l'angle horizontal cherché. C'est de cette méthode que je me suis servi pour la réduction de tous les angles qui composent la Colonne VIII de la Table, dans laquelle chaque angle réduit à l'horizon est placé vis-à-vis de l'angle observé qui lui répond dans la seconde Colonne. Tous les élémens de cette réduction se trouvent aussi sur la même ligne dans les Colonnes précédentes.

Par exemple: on a vu que l'angle  $O$  (*Col. I, Triang. I*), au Signal d'Oyambaro (*Col. II*), a été observé de  $63^{\text{d}} 48' 16''$  (*Col. III, fig. 3*). —  $3''$  (*Col. IV*), entre les points  $P$  &  $C$  (*Col. V*), c'est-à-dire, entre les Signaux de Pamba-marca & de Carabourou, distans l'un de l'autre de  $9022', 96$ . Outre cela, on voit (*Col. VI*) que le point  $P$ , toujours vu de  $O$ , a paru élevé de  $4^{\text{d}} 20' 29''$  sur l'horizon, avec le Quart-de-cercle  $a$ ; & que le point  $C$  a paru abaissé de  $1^{\text{d}} 11' 53''$  avec les Quarts-de-cercle  $a$  &  $c$ : d'où il suit que les distances apparentes des points  $P$  &  $C$  au zénith d'Oyambaro sont de  $85^{\text{d}} 39' 31''$ , & de  $91^{\text{d}} 11' 53''$ . Or ces deux distances au zénith, & l'arc observé entre les deux points  $P$  &  $C$ , sont les trois côtés connus d'un Triangle sphérique, dont la résolution fera trouver l'angle au zénith de  $63^{\text{d}} 36' 50''$  (*Col. VIII.*) Cet angle est visiblement le même que l'angle  $O$  réduit à



l'horizon; puisque celui-ci est la section horizontale de deux plans verticaux qui passeroient par l'œil de l'observateur, & par les deux points observés *P* & *C*.

La somme des trois angles réduits s'est trouvée ordinairement plus grande que 180 degrés, d'une, de deux, ou de trois secondes: on en donnera la raison dans l'explication de la Colonne suivante. On a retranché cet excès proportionnellement sur les trois angles, en réduisant les sommes à deux droits.

---

## ARTICLE XVI.

*Explication de la Colonne IX: Longueur des côtés horizontaux, réduits au niveau de Carabourou.*

LA neuvième Colonne de la Table représente la longueur des côtés de tous les Triangles, réduits au niveau de *Carabourou*, le plus bas de nos Signaux. Voici le procédé que j'ai suivi pour cette réduction.

Mes angles réduits à l'horizon me fournissoient une nouvelle suite de Triangles horizontaux, qui pouvoient être rapportés à un niveau quelconque. La longueur des côtés, proportionnels dans tous ces Triangles, dépendoit de celle qu'on attribuerait au premier côté. J'ai pris pour ce premier côté, & pour fondement du calcul de cette nouvelle suite de Triangles, la Base conclue de la mesure actuelle, & déjà réduite (*art. I*) au niveau de *Carabourou*; & j'en ai déduit la longueur de tous les côtés horizontaux pour ce même niveau, telle qu'elle eût été conclue des angles observés, si tout le terrain de la Méridienne eût été parfaitement uni, & à la hauteur du terme septentrional de notre Base. De cette manière,

K ij

j'ai été dispensé de réduire chaque côté au niveau de l'une de ses deux extrémités, & de rapporter ensuite à une même hauteur tous ces côtés réduits, un à un, à différens niveaux.

J'ai choisi le niveau de *Carabourou*, par préférence à celui de tout autre Signal ; parce que ce lieu étoit la plus basse de toutes nos stations, & en même temps un des deux termes de notre première Base. Une simple opération suffit pour réduire la longueur du degré, prise à la hauteur de *Carabourou*, à sa vraie longueur, au niveau de la surface de la mer.

J'ai supposé dans mon calcul, que les trois angles d'un Triangle rectiligne réduits à l'horizon, formoient un autre Triangle rectiligne ; ce qui n'est pas vrai en rigueur mathématique. Il faut en dire la raison, & faire voir qu'il n'y a point d'erreur sensible à craindre des suites de cette supposition.

Réduire un angle à l'horizon, c'est le réduire à un plan horizontal tangent à la surface de la Terre dans le lieu de l'observation. Trois angles observés en trois points d'une sphère, & réduits chacun à leur horizon, ou à leur plan tangent, appartiennent à trois plans différens ; ils ne peuvent donc former un Triangle rectiligne, qui est essentiellement dans un seul plan.

Mais les sommets de ces angles, les trois points par lesquels les trois plans touchent la sphère, sont dans la surface de la sphère, & y forment un Triangle sphérique, dont une des propriétés est que la somme de ses trois angles est nécessairement plus grande que deux droits ; aussi dans mes calculs la somme des trois angles réduits a-t-elle presque toujours excédé 180 degrés. Cet excès a été rarement à trois secondes, quantité qui pourroit être négligée, puisqu'on n'en peut guère répondre, dans la mesure d'un angle avec un instrument de

trois pieds de rayon; cependant au lieu de n'en tenir aucun compte, elle a toujours été répartie sur les trois angles, dans la réduction qui a été faite de leur somme totale à deux angles droits.

Par cette réduction, on a en quelque sorte substitué au Triangle sphérique, formé par trois arcs de grand cercle, le Triangle rectiligne formé par les trois cordes de ces mêmes arcs; & au lieu de résoudre les Triangles réduits à l'horizon comme curvilignes, en prenant pour premier côté connu la Base réduite en arc (*art. 1*); on a pris pour premier côté, la corde de cette même Base, & on en a conclu par la Trigonométrie rectiligne les côtés suivans; c'est-à-dire, les cordes des autres arcs & non les arcs mêmes. En procédant ainsi, on a nécessairement supposé que les cordes des petits arcs avoient entr'elles le même rapport que les arcs; mais on peut voir facilement combien cette supposition, comme celle de prendre les cordes pour les arcs, tire peu à conséquence dans le cas présent. Pour cela, il suffit de remarquer que le plus long côté de nos Triangles n'est que de 21000 toises; que réduit en arc de grand cercle, il ne vaut que 22 minutes quelques secondes, & qu'il n'a qu'un pied de longueur plus que la corde.

La Trigonométrie sphérique a paru plus commode pour réduire à l'horizon les angles de position observés; mais il y eût eu beaucoup plus de travail, & il n'y auroit rien eu à gagner du côté de l'exactitude, à se servir de ce moyen pour chercher la valeur des côtés des Triangles réduits, en les considérant comme des arcs de cercles: je les ai donc pris sans scrupule pour des lignes droites. Les fausses suppositions ne sont à

craindre dans les calculs mathématiques, que lorsqu'elles s'y glissent sans qu'on s'en aperçoive, ou lorsqu'on les admet sans en prévoir les conséquences : employées à propos, elles servent à faciliter les calculs, sans induire en erreur.

Telle est la supposition de la sphéricité de la Terre, sur laquelle tous les calculs par la Trigonométrie sphérique sont fondés. Cette même supposition ne peut manquer de revenir souvent dans cet Ouvrage. Mais si un Triangle sphérique de 20000 toises de côté peut, comme on vient de voir, être pris sans conséquence dans le cas présent pour un Triangle rectiligne formé par ses trois cordes ; à plus forte raison un petit arc d'un sphéroïde très-peu aplati, tel qu'est la Terre ; se confond-il avec l'arc correspondant de la sphère inscrite ou circonscrite.

## ARTICLE XVII.

*Explication de la Colonne X : Direction des côtés des Triangles par rapport à la ligne Méridienne.*

LA longueur connue de tous les côtés des Triangles de la Méridienne, ni même la longueur totale de la chaîne qu'ils forment, ne peuvent servir à conclure la longueur de la Méridienne, si l'on ne connoît la position de tous les Triangles par rapport à cette ligne ; c'est-à-dire, la déclinaison de leurs côtés, ou l'angle qu'ils font avec la ligne nord & sud. Les angles réduits à l'horizon, donnent la direction respective d'un côté par rapport à l'autre : il suffiroit donc en rigueur d'avoir par observation la déclinaison d'un des côtés par rapport aux

régions du monde, pour conclurre celles de tous les autres.

Nous avons commencé par bien nous assurer de la déclinaison de notre première Base à l'égard de la Méridienne, en observant à plusieurs reprises à *Oyambaro*, terme austral de cette Base, l'angle compris entre le soleil levant ou couchant, & les Signaux de *Tanlagoa* & de *Pamba-marca*, les plus voisins de la Base; & par le moyen résultat de trois ou quatre observations différentes, nous avons conclu que la ligne tirée d'*Oyambaro* à *Carabourou*, c'est-à-dire, du terme austral au terme boréal de la Base d'*Yarouqui*, déclinait du nord à l'ouest de  $19^{\text{d}} 25'$  & quelques secondes.

Cette direction une fois fixée suffit, comme on voit, pour donner celle de tous les côtés des Triangles, par la simple addition ou soustraction des angles horizontaux, compris entre ce premier côté & les suivans successivement. C'est la liste de toutes ces directions, ainsi conclues par rapport à la première observée, qui compose la neuvième Colonne. Mais comme les petites erreurs, qu'il n'est pas possible de prévenir dans la mesure des angles, pourroient, en s'accumulant, causer après une longue suite de Triangles, une erreur considérable dans la direction des côtés; il étoit à propos de vérifier de temps en temps, par de nouvelles observations astronomiques, la position de quelques côtés de Triangles par rapport à la Méridienne. C'est à quoi nous avons eu grande attention. Nous avons profité des occasions les plus favorables, pour observer dans le cours de notre travail l'angle entre le Soleil levant ou couchant, & divers côtés de Triangles; & nous avons eu la satisfaction de trouver que l'observation répondoit au calcul, quelquefois sans différence sensible,

#### 64 MESURE DES TROIS PREMIERS

quelquefois à une minute près, tantôt en plus, tantôt en moins; ce qui n'est de nulle considération en pareille rencontre, surtout si l'on fait attention que cette différence est la somme des erreurs qui peuvent avoir été commises, d'une part dans une longue suite d'angles de position observés, & de l'autre dans une observation d'azimuth, très-délicate par elle-même, très-compliquée par le nombre d'éléments qui y entrent, laquelle exige le concours de deux observateurs, & enfin qui n'a pû le plus souvent se faire qu'à la hâte, sans Pendule, avec beaucoup d'incommodité & de froid, sur le sommet d'une montagne, d'où l'on étoit toujours pressé de partir.

Nous avons fait ensemble, ou séparément, 18 ou 20 de ces observations d'azimuth dans la longueur de la Méridienne: Pour ce qui me regarde, j'en ai observé douze, soit seul, soit avec M. *Bouguer*, quelquefois deux ou trois dans la même station; & alors j'ai pris un milieu. J'ai calculé toutes ces observations plusieurs fois; je n'ai pas fait d'usage de deux ou trois faites avec précipitation, ou lorsque le soleil étoit fort *ondulant*, par une réfraction irrégulière. Toutes les autres sont employées dans la Table: on trouvera leur résultat au dessous de celui que donne la suite des angles horizontaux.

Lorsqu'on veut comparer la direction observée d'un côté de Triangle, à la direction conclue; on est ordinairement obligé de faire une réduction, à cause de la convergence des Méridiens: Cette réduction, quoique moins nécessaire aux environs de l'Equateur, où les Méridiens sont sensiblement parallèles, n'a cependant pas été négligée. J'ajoute qu'elle ne devoit pas l'être; puisque sur la longueur des trois degrés que nous avons mesurés la direction d'un côté de Triangle, conclue par l'addition successive

successive des angles horizontaux, ne laisse pas de différer de près de deux minutes de la direction vraie de ce même côté, lorsqu'on a égard à la convergence des Méridiens.

*P* représente le Pole Sud; *Q Quito*; *QP* le Méridien de cette ville, auquel on veut rapporter la direction observée d'un côté *OS* d'un Triangle quelconque. *OP* est le Méridien de l'Observateur; *TOP* la tangente de ce même Méridien, laquelle en représente la direction au point *O*. Par la suite des Triangles horizontaux, qu'on a considérés comme dans un même plan, on a trouvé la valeur de l'angle *SOR*, entre le côté *SO* & la ligne *OR* parallèle à *QP*, Méridien de *Quito*, & qu'on a pris pour le Méridien du point *O*. Mais l'angle véritable, que forme le côté *SO* avec le Méridien du point *O*, est l'angle *SOT*, compris entre la tangente *OT* & la ligne *OR* parallèle à *QP*. C'est cet angle qu'il a fallu chercher à chaque observation d'azimuth; pour pouvoir comparer la direction observée par l'azimuth, à la direction conclue par l'addition successive des angles horizontaux, depuis la première direction observée.

Planche I,  
fig. 5.

## ARTICLE XVIII.

*Explication des Colonnes XI & XII de la Table:  
Distances entre les Méridiens & les Parallèles  
des Signaux.*

LA longueur & la direction d'un côté quelconque de Triangle étant connues, on peut, de l'une de ses extrémités, mener une perpendiculaire, de l'autre une parallèle à la

L

## 66 MESURE DES TROIS PREMIERS

Méridienne, & former ainsi un Triangle rectangle, dont ce côté sera l'hypothénuse, & dont on connoîtra les trois angles. Il sera donc aisé de conclurre la longueur des deux autres côtés qui comprennent l'angle droit.

Ce sont ces côtés, ou les distances entre les Parallèles & les Méridiens des Signaux de chaque Triangle; ou autrement, ce sont les différences en latitude & en longitude entre les Signaux, réduites en toises, qui remplissent les Colonnes XI & XII de la Table.

Des différentes combinaisons des nombres des Colonnes XI & XII, qui peuvent donner la distance entre les Signaux de *Cotchesqui* & de *Tarqui*, tant en latitude qu'en longitude, la plus simple se fera par l'addition & la soustraction des nombres marqués dans ces Colonnes en plus petits caractères.

## ARTICLE XIX.

### *Détermination des points des Triangles de la Méridienne à l'égard de Quito.*

QUITO étant non seulement le lieu le plus considérable dans le pays où nous avons opéré, mais une des plus grandes villes de l'Amérique méridionale, cette ville se trouvant située vers le milieu de l'espace occupé par nos Triangles d'occident en orient; sa latitude ayant d'ailleurs été fixée à  $0^{\text{d}} 13' \frac{1}{2}$  au delà de la Ligne équinoxiale, par nos observations des Solstices de Décembre 1736 & Juin 1737; & sa longitude pouvant l'être exactement par un grand nombre d'immersions & d'émersions observées des satellites de Jupiter;



tout a concouru pour me déterminer à rapporter nos mesures au Méridien de *Quito*. J'ai choisi, par préférence, celui de la Tour de l'Eglise des Religieux de la *Mercy*, par la raison que ce point, d'ailleurs voisin de la grande Place & du centre de la ville (*Voyez le plan de Quito*), a été déterminé par observation, & lié immédiatement à nos Triangles.

C'est par cette raison que je joins ici une Table, où l'on trouvera la position de tous les Signaux à l'égard du Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, & de la perpendiculaire à ce Méridien. Cette perpendiculaire est si voisine de l'Equateur, qu'elle ne diffère pas sensiblement d'un Parallèle à ce cercle. La Table est divisée en deux parties, l'une pour les Signaux occidentaux, l'autre pour les orientaux; l'une & l'autre donnent la même distance entre les Signaux extrêmes de la Méridienne, *Cotchesqui* & *Tarqui*: cette Table est formée par de simples additions ou soustractions des nombres des Colonnes XI & XII de la Table des Triangles.

Pour lier *Quito* à nos Triangles, j'avois observé avec M. *Bouguer* divers angles à *Pitchincha*, à la maison de *Quito*, qui a servi d'observatoire pour l'obliquité de l'Ecliptique, & sur une petite montagne voisine de la ville; mais ce n'est qu'en s'enfonçant dans un labyrinthe de calculs qu'on peut déduire de ces angles la position de *Quito*. J'ai trouvé beaucoup plus court & plus simple de me servir d'un Triangle de M. *Codin*, lequel se termine à la Tour même de la *Mercy* de *Quito*, & dont j'ai observé deux angles. Cela m'a engagé à résoudre trois Triangles de plus, & à les ajouter à ma Table: ce sont ceux de la dernière feuille; ils sont, comme les auxiliaires, distingués par des lignes ponctuées.

# 68 MESURE DES TROIS PREMIERS

## TABLE des distances des Signaux à la Méridienne, & à la réduite au niveau de Carabourou,

Par les côtés occidentaux des Triangles.

Distances à la Perpendiculaire de Quito.		Distances à la Méridienne.	
	toises.		toises.
Quito (Tour de la Mercy de)	0,00		0,00
	7864,22		17407,42
Pamba-marca . . . . .	7864,22	horéale. . . . .	17407,42 or.
	ôiez 7019,21		ôiez 6824,96
Oyambaro . . . . .	845,01	bor. . . . .	10582,46 or.
	13967,90		954,21
Cotchesqui . . . . .	14812,91	bor. . . . .	11536,67 or.
	ôiez 413,69		ôiez 8792,19
Tanlagoa . . . . .	14399,22	bor. . . . .	2744,48 or.
	ôiez 11645,24	à soustraire de	5015,14
Pitchincha . . . . .	2753,98	bor. . . . .	2270,66 occ.
à soustraire de	20366,10		5417,73
El Coraçon . . . . .	17612,12	australe. . . . .	7688,39 occ.
	18853,11		3481,55
Milin . . . . .	36465,23	austr. . . . .	11169,94 occ.
	16373,31		ôiez 3611,98
Tchoulapou . . . . .	5283,85	austr. . . . .	7557,96 occ.
	13127,51		1534,19
Chitchitchoco . . . . .	65966,05	austr. . . . .	9092,15 occ.
	6456,93		ôiez 2008,74
Goayama . . . . .	72422,98	austr. . . . .	7083,41 occ.
	12141,14		11200,46
Dolomboc . . . . .	84564,12	austr. . . . .	18283,87 occ.
	13136,59		ôiez 66,04
Laulangouço . . . . .	97700,71	austr. . . . .	18217,83 occ.
	12516,25		3232,16
Choujaï . . . . .	110216,96	austr. . . . .	21449,89 occ.
	13316,26		ôiez 2690,34
Sinnçaouan . . . . .	123533,22	austr. . . . .	18759,55 occ.
	11650,91		4981,99
Buérán . . . . .	135193,11	austr. . . . .	23740,54 occ.
	7188,82		2549,91
Cahouapata . . . . .	142381,95	austr. . . . .	26340,45 occ.
	15968,60		3890,26
Pougín . . . . .	158350,55	austr. . . . .	30230,71 occ.
	204,38		ôiez 533,45
Ouaoua-targui . . . . .	158554,93	austr. . . . .	29697,26 occ.
	4440,03		2820,42
Chinan . . . . .	162994,96	austr. . . . .	32517,68 occ.

*Perpendiculaire sur la Méridienne de la Tour de la Mercy de Quito,  
le plus bas de tous les Signaux.*

Par les côtés orientaux des Triangles

<i>Distances à la Perpendiculaire de Quito.</i>		<i>Distances à la Méridienne.</i>	
	toises.		toises.
Quito (Tour de la Mercy de)	0,00.		0,00
Pamba-marca . . . . .	7864,22	boréale . . . . .	17407,42 orientale.
à soustraire de	14705,84	ôtez	10578,08
Schanganilli . . . . .	6841,62	australe . . . . .	6829,34 or.
	18815,05	ôtez	4047,33
Pouca-ouaïcou . . . . .	25656,67	austr. . . . .	2782,01 or.
Signal fut <i>Koto-pouf.</i>	3433,82	à soustraire de	3526,15
Papa-ourcou . . . . .	29090,49	austr. . . . .	744,14 occ.
	12909,69	à soustraire de	1308,53
Ouangotaffin . . . . .	42000,18	austr. . . . .	564,39 or.
	13721,57	ôtez	496,41
Hivicatfou . . . . .	55721,75	austr. . . . .	67,98 or.
	13529,81	à soustraire de	1735,34
Moulmoul . . . . .	69251,56	austr. . . . .	1667,36. occ.
	13459,70	ôtez	268,10
Ihnal . . . . .	82711,26	austr. . . . .	1399,26 occ.
	12908,67		4720,21
Zagroum . . . . .	95619,93	austr. . . . .	6119,47 occ.
	10240,11		1654,97
Sénégoalap . . . . .	105860,04	austr. . . . .	7774,44 occ.
	12179,04	ôtez	1230,18
Sacha-tian-loma . . . . .	118039,08	austr. . . . .	6544,26 occ.
	10719,78		1662,66
Quinoa-loma . . . . .	128778,86	austr. . . . .	8206,92 occ.
	11613,74		4260,56
Yaffouai . . . . .	140392,10	austr. . . . .	12467,48 occ.
	14470,56		9216,42
Borma . . . . .	154863,16	austr. . . . .	21683,90 occ.
	9338,31		5399,14
Pillatchiquir . . . . .	164201,47	austr. . . . .	27083,04 occ.
	512,55		4069,66
Ailpa-reupachca . . . . .	163688,92	austr. . . . .	31152,70 occ.
	693,95		1364,92
Chinan . . . . .	162994,97		32517,62 occ.

En ajoutant les distances des Signaux de *Cotchesqui* & de *Chinan* à la Perpendiculaire de *Quito*, tirées de la Table précédente, on aura la longueur calculée de la Méridienne, entre les deux Signaux situés à ses deux extrémités, & voisins des observatoires de *Cotchesqui* & de *Tarqui*, où ont été faites les observations astronomiques de l'amplitude de l'arc du Méridien.

Distance septentrionale de la Perpendiculaire au Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, au Signal de *Cotchesqui*, tirée de la Table précédente, (côtés occidentaux des Triangles). . . . . 14812,91.

Distance australe de la même Perpendiculaire, au Signal de *Chinan* près *Tarqui*, tirée de la Table précédente, (côtés orientaux des Triangles). . . . . 162994,96

Somme ou distance parallèle à la Méridienne entre les Signaux de *Cotchesqui* & de *Tarqui* . . . . . 177807,87

Il y a plusieurs réductions à faire à cette mesure, pour en tirer la longueur de l'arc du Méridien, intercepté entre les observatoires de *Cotchesqui* & de *Tarqui*. Cette discussion fera le sujet des articles suivans.

Il faut d'abord examiner si cette distance, conclue par un calcul fondé sur la mesure actuelle de notre première Base dans la plaine d'*Yarouqui*, s'accorde avec la mesure actuelle de notre seconde Base dans la plaine de *Tarqui*.

## ARTICLE XX.

*Mesure de la Base de Tarqui.*

LA plaine de *Tarqui*, à cinq lieues de *Cuenca*, vers le Sud, à l'extrémité australe de nos trois degrés mesurés du Méridien, sembloit nous inviter à la mesure actuelle d'une nouvelle Base, pour vérifier par son moyen, après une suite de Triangles longue de 80 lieues, la longueur calculée de leurs côtés. C'est le jugement que j'avois porté de cette plaine au premier aspect, en la traversant plus de deux ans auparavant, lors de mon voyage à *Lima* en 1737; & dès ce temps je l'avois indiquée à M<sup>rs</sup> *Godin* & *Bouguer*, comme propre à cet usage. Cependant, quoique très-unie, elle ne laisse pas d'avoir quarante-huit toises de pente sur deux lieues; mais ce n'est que le tiers de la pente de la Base d'*Yarouqui*, comme on peut le voir par la comparaison des deux profils, que représente la planche I.

Planche I,  
fig. 1 & 2.

A *Tarqui*, la pente n'est sensible que vers l'extrémité nord de la plaine, où elle est de 34 toises sur 660: il y a même en un endroit un saut ou talus très-roide de plusieurs toises de haut; mais le reste de la plaine est fort uni, sur-tout le milieu, qui forme une prairie où serpente une petite rivière. Le terrain y a si peu de pente, qu'il y a plusieurs flaques d'eau dormante, entr'autres une de plus de 250 toises de longueur dans les temps les plus secs, & que nous traversâmes dans toute sa longueur en mesurant notre Base. Il n'y avoit alors guère plus d'un pied d'eau; & on n'enfonçoit pas jusqu'au genou dans l'endroit le plus profond. Nous fûmes dispensés, dans ce trajet, de faire usage du niveau; les perches, avec lesquelles nous

opérations, flottoient sur l'eau; des piquets, ou les roseaux mêmes du marais, nous servoient à les assujétir.

Nous mesurâmes la Base de *Tarqui* au mois d'Août 1739; *M. Bouguer* d'un côté, secondé de *Don Antoine de Ulloa*, & moi de l'autre, aidé de *M. Verguin*. Nous avions, de part & d'autre, une large règle de fer, sur laquelle étoit marquée exactement la longueur de la Toise de Paris, prise avec un compas à verge sur la Toise de fer que nous avions apportée de France. Par la vérification qui fut faite entre *M. Bouguer*, *M. Verguin* & moi, de la règle qui m'étoit échue en partage, elle se trouva plus longue que celle qui avoit servi à *M. Bouguer* d'une quantité que nous évaluâmes, par différens moyens, & en prenant le milieu de nos estimes, à  $\frac{1}{37}$  de ligne; ce qui avoit dû me faire compter une ligne de moins que lui, sur chaque 27 toises; ou 1 pied 3 pouces 9 lignes sur la longueur totale de la Base: en effet, je la trouvai plus longue que *M. Bouguer* de 1 pied 5 pouces 5 lignes; ce qui ne diffère du nombre précédent que d'un pouce huit lignes par excès. Par une autre comparaison de nos Toises de fer; faite quelques jours après, entre *M. Bouguer*, *Don Antoine de Ulloa* & moi, ma mesure particulière de la Base, au lieu d'être plus longue de 1 pouce 8 lignes que celle de *M. Bouguer*, se trouva de deux pouces quatre lignes plus courte; & en prenant le milieu des deux comparaisons, nos deux mesures actuelles ne différoient que de 4 lignes.

Outre les angles observés de hauteur & de dépression des différens points, où l'inclinaison du terrain changeoit sensiblement, j'eus soin, en mesurant cette Base, de tenir une note de la hauteur des à-plombs, quand il falloit hausser le niveau des

des perches qui servoient à mesurer; ce qui m'a donné deux moyens au lieu d'un, pour tracer le profil que représente la figure.

Je prends la mesure actuelle de la Base de *Tarqui* par échelons horizontaux à différens niveaux, & moyenne entre celle de M. *Bouguer* & la mienne, de . . . . . 5259,20

De *Ouaoua-tarqui*, terme nord de cette Base, au point *U*, on a observé la hauteur apparente du point *X* à *Chinan*, terme sud de la même Base, de. . . . . 0<sup>d</sup> 27' 40"

De *X*, terme sud, on a observé la dépression de *U*,  
terme nord. . . . . 0 32 30

La différence des deux angles est . . . . . 0 4 50

L'angle au centre de la Terre, entre les deux verticales aux extrémités d'un arc de 5259 toises, est de. . . . . 5 33

Différence. . . . . 0 43

Demi-différence = réfraction pour chaque angle \*. . . . . 21  $\frac{1}{2}$

De *U*, terme nord, le point *A*, éloigné de 200  
toises, a paru bas de . . . . . 55 10

Du point *G*, à 1759 toises du terme sud *X*, ce  
point a paru haut de. . . . . 1 11 30

Du même point *G* de dépression apparente de *U*,  
terme nord. . . . . 10 56

Par ces angles & par les différences de niveaux observées, j'ai conclu l'abaissement des points suivans au dessous de *X*, terme sud

<i>U</i> . . . . . 44 toises 5 pieds.	<i>I</i> . . . . . 34 toises 4 pieds.
<i>A</i> . . . . . 48 2	<i>K</i> . . . . . 33 2
<i>G</i> . . . . . 37 3	<i>L</i> . . . . . 26 3
<i>H</i> . . . . . 39 3	<i>X</i> . . . . . 0 0

De toutes ces *Données*, & par un calcul semblable à celui que j'ai indiqué (*art. I.*) pour la mesure de la Base d'*Yarouqui*, j'ai conclu qu'il falloit appliquer les équations suivantes à la mesure actuelle de la Base de *Tarqui*.

\* Voyez art. XIII.

M

Planche I,  
fig. 2.

# 74 MESURE DES TROIS PREMIERS

1° 0',062 à y ajouter, pour réduire la mesure actuelle par échelons à la ligne horizontale au niveau de *Chinan*, terme austral de la Base, ou à l'arc concentrique à la Terre, lequel on suppose passer à la hauteur de ce terme.

2° 0',013 à ôter de cet arc, pour le réduire à la corde.

3° 0',165 à ajouter à la longueur de la corde, pour convertir cette longueur en celle de la ligne inclinée qui mesure la distance d'un terme à l'autre de la Base.

4° 0',30 à soustraire, pour réduire la corde de l'arc, passant par *Chinan*, au niveau de *Carabourou*, plus bas que *Chinan* de 185 toises. On aura donc

Mesure actuelle de la Base de <i>Tarqui</i> , par marches à différens niveaux . . . . .	5259',200
	<u>+ 0,062</u>
Réduite à l'arc au niveau de <i>Chinan</i> . . . . .	5259,262
	<u>— 0,013</u>
A la corde du même arc. . . . .	5259,249
	<u>+ 0,165</u>
A la ligne droite d'un terme à l'autre. . . . .	5259,414
Corde de l'arc au niveau de <i>Chinan</i> . . . . .	5259,249
	<u>— 0,300</u>
Réduite au niveau de <i>Carabourou</i> . . . . .	5258,949

La Base de *Tarqui*, réduite au niveau de *Carabourou*, comme on y a réduit tous les autres côtés de Triangles, sera donc de 5258',949, ou de près de 5259 toises.

Les deux Termes extrêmes de cette Base répondent au centre de deux meules de moulin que j'y ai fait placer; & sur lesquelles j'ai gravé moi-même leur distance mutuelle en toises, suivant la mesure actuelle, ainsi que la direction de la Base par rapport aux régions du monde. J'ai eu soin de



faire écorner ces deux pierres, pour qu'on ne fût pas tenté de les employer quelque jour à leur première destination. J'ai pris la même précaution à l'égard de celles qui sont placées au centre des fondemens de deux Pyramides que j'ai fait construire pour servir de Termes à notre première Base à *Yarouqui*, & dont j'aurai occasion de parler ailleurs.

Il reste à examiner si la toise qui a servi à mesurer la Base de *Tarqui*, est précisément la même que celle qui a mesuré la Base d'*Yarouqui*, ou de combien elle en diffère.

## ARTICLE XXI.

*Expériences sur les changemens de longueur d'une Toise de fer, exposée à différens degrés de chaleur.*

ON fait que les métaux, en passant du froid au chaud, ou d'une moindre chaleur à une plus grande, se dilatent sensiblement. Chacun de nous a cherché à reconnoître l'effet que cette cause avoit pû produire sur les instrumens qu'il a employés. Il est ici question de la Toise qui a servi à toutes nos mesures; avant que de rendre compte de mes expériences, je crois devoir dire un mot de cette Toise.

Nous avons emporté avec nous en 1735, une règle de fer poli, de dix-sept lignes de largeur sur quatre lignes & demie d'épaisseur. *M. Godin*, aidé d'un Artiste habile, avoit mis toute son attention à ajuster la longueur de cette règle sur celle de la Toise étalon, qui a été fixée en 1668 au pied de l'escalier du grand Châtelet de Paris. Je prévis que cet ancien étalon, fait assez grossièrement, & d'ailleurs exposé aux chocs, aux injures de l'air, à la rouille, au contact de toutes les mesures qui y sont

présentées, & à la malignité de tout mal-intentionné, ne leiroit guère propre à vérifier dans la suite la Toise qui alloit servir à la mesure de la Terre, & devenir l'original auquel les autres devoient être comparées. Il me parut donc très-nécessaire, en emportant une Toise bien vérifiée, d'en laisser à Paris une autre de même matière & de même forme, à laquelle on pût avoir recours s'il arrivoit quelqu'accident à la nôtre pendant un si long voyage. Je me chargeai d'office du soin d'en faire faire une toute pareille. Cette seconde Toise fut construite par le même ouvrier, & avec les mêmes précautions que la première. Les deux Toises furent comparées ensemble dans une de nos assemblées, & l'une des deux resta en dépôt à l'Académie: c'est la même qui a été depuis portée en Laponnie par M. de *Maupertuis*, & qui a été employée à toutes les opérations des Académiciens envoyés au Cercle Polaire. Celle que nous emportâmes, & qui nous a toujours servi dans le voyage, est restée à *Quito*, entre les mains de M. *Godin*, & sera vrai-semblablement bien-tôt en France\*; mais celle du Nord est revenue, & c'est avec elle que j'ai fait, depuis mon retour, les expériences que je vais rapporter.

J'avois déjà fait à *Quito* plusieurs essais, tant sur notre Toise, que sur d'autres barres de fer, en les exposant alternativement au froid que produit le contact de la neige, & à la plus grande chaleur du Soleil. J'en ai fait d'autres à Paris depuis mon retour, en suivant le même procédé. Je supprime ici le détail des uns & des autres. Les variétés que j'ai rencontrées, & celles qui se trouvent dans les résultats de

\* On a nouvelle certaine du départ de M<sup>rs</sup> *Godin* & de *Jussieu* le cadet, de *Lima* pour *Buenos aires* par terre au mois d'Août 1748.

tous ceux qui ont fait les mêmes recherches, ont achevé de me convaincre qu'il y avoit peu de succès à espérer, en employant les méthodes ordinaires pour s'assurer d'une aussi petite quantité que celle dont il est ici question. En effet, quelle que soit l'attention de l'Observateur, & même quelqu'adresse qu'on lui suppose à tirer parti de la loupe, du compas, &c. les petites erreurs auxquelles, de l'aveu des plus habiles Artistes, on est encore exposé en opérant de cette sorte, feront toujours, dans le cas présent, une partie considérable de la quantité qu'on se proposeroit de découvrir. J'ai donc cru que le moyen le plus sûr & le plus décisif, pour déterminer avec précision de combien s'allongeoit une barre de fer exposée à un certain degré de chaleur, étoit celui que j'avois déjà employé heureusement pour trouver la différence de longueur entre le Pendule à secondes sous l'Equateur, & le Pendule à secondes sous le Parallèle de Paris. Il n'étoit question, pour cela, que de faire de la Toise même un Pendule, & de déduire, par le calcul, son allongement, du moindre nombre de ses oscillations dans un temps donné.

Pour cet effet, j'ai adapté à l'une des extrémités de la Toise de fer qui a fait le voyage du Nord, une *suspension à couteau* semblable à celle de mon Pendule d'expérience que je décrirai ailleurs; & encore plus parfaite. J'ai suspendu de la même manière une autre Toise pareille dans une chambre voisine; en sorte, néanmoins, qu'en ouvrant la porte de communication, je pouvois, d'un certain point, les voir osciller toutes deux du même coup d'œil: j'ai rendu leurs vibrations isochrones: j'ai ensuite échauffé avec un poêle le lieu où j'avois renfermé la Toise du voyage du Nord: j'ai observé combien

# 78.] MESURE DES TROIS PREMIERS

d'oscillations la Toise exposée à l'air libre faisoit en un temps donné; & sur ce fondement, j'ai déterminé la distance de son centre d'oscillation à l'axe de la suspension, de  $582^{\text{li}}.56$ .

J'ai remarqué ensuite combien cette Toise anticipoit, ou accéleroit dans ses vibrations, sur l'autre Toise, depuis que celle-ci oscilloit dans un air où le Thermomètre de M. de *Reaumur* étoit monté de  $13$  degrés jusqu'à  $55$  au dessus de la congélation. Par le nombre d'oscillations dont la Toise échauffée tarδοit sur la Toise exposée à l'air libre, j'ai conclu combien le centre d'oscillation de la première avoit baissé par la chaleur, & combien la Toise totale s'étoit alongée. Ce n'est pas ici le lieu de rapporter tous les détails de trois expériences, qui ont été répétées en trois jours différens, & par divers degrés de chaleur. Il suffit, quant à présent, de dire, qu'aucune n'a duré moins de six heures; & qu'en prenant un milieu entre les petites différences; & ayant égard à toutes les circonstances, j'ai trouvé que la chaleur, qui faisoit monter le Thermomètre de M. de *Reaumur* de dix parties, & qui, par conséquent, dilatoit la liqueur de la centième partie du volume qu'elle occupe lors de la congélation de l'eau, faisoit alonger une Toise de fer, semblable à celle qui a servi à nos opérations, de  $0^{\text{li}}.11\frac{1}{2}$ \*: en sorte que, supposant que les degrés d'extension, causés par la chaleur dans le fer, croissent dans le même rapport que ceux de la dilatation de l'esprit de vin (ce qui, dans les petites quantités, est assez conforme à l'expérience) l'alongement de notre Toise, qui répond à un degré du Thermomètre, sera de  $0^{\text{li}}.0115$ , c'est-à-dire, de plus de  $\frac{1}{100}$ , ou plus exactement, de  $\frac{1}{87}$  de ligne.

\* Les trois résultats m'ont donné  $0^{\text{li}}.115$ ,  $0^{\text{li}}.118$ , &  $0^{\text{li}}.119$ .

Ce résultat s'éloigne beaucoup de celui des expériences que M. le Commandeur Don *George Juan* & M. *Godin* ont faites à *Quito* sur la dilatation des métaux ; mais il s'accorde assez bien avec celles qu'ils firent dans le même temps sur leur condensation <sup>a</sup>.

La conclusion qu'on tire de ces expériences dans cet ouvrage est, que l'extension du fer, causée par les augmentations de chaleur depuis le degré marqué 13 sur le Thermomètre de M. de *Reaumur*, & au dessus, est plus que double de la contraction causée par le froid, qui fait baisser la liqueur dans ce même instrument au dessous du même degré 13, jusqu'au terme de la glace, & quelques degrés plus bas. On ne peut contester des expériences plusieurs fois répétées, & qui portent le caractère de la plus scrupuleuse exactitude, telle qu'on étoit en droit de l'attendre, en pareil cas, d'observateurs aussi éclairés & aussi exercés : mais je crois avoir un moyen de concilier des résultats qui paroissent si peu conformes aux miens <sup>b</sup>, & de les faire convenir

<sup>a</sup> *Observ. astronomic. y physic. Madrid 1748, lib. IV, pag. 96 y 97.*

<sup>b</sup> Les Thermomètres de métal, appliqués à certaines horloges, ont une marche sensiblement uniforme, & analogue, au moins dans les petites variations, à celle des Thermomètres d'esprit de vin & de mercure, tant en montant qu'en descendant. L'expérience prouve donc, ainsi que le raisonnement, que lorsque le Thermomètre de liqueur monte de dix degrés, une barre de métal ne s'allonge que d'une quantité à peu près égale à celle dont elle s'accourcit lorsque le Thermomètre baisse de dix degrés. Si donc pour les expériences rapportées dans l'Ouvrage déjà cité, la Toise de fer s'est plus allongée au Soleil à proportion, que le Thermomètre n'a monté, il faut que la Toise ait été exposée à un plus grand degré de chaleur que le Thermomètre ; & c'est aussi ce qui a dû arriver, lorsqu'on a couché horizontalement la Toise de fer sur un appui de pierre, de brique, ou même sur la terre déjà échauffée par les rayons du Soleil, reçus presque perpendiculairement à *Quito*. Il est clair que la Toise

avec mes expériences, sans supposer gratuitement que la dilatation des métaux & leur condensation suivent des loix totalement différentes; ce qui présente au moins l'apparence d'une contradiction.

## ARTICLE XXII.

*Comparaison de la longueur de la Toise lors de la mesure des deux Bases.*

PENDANT notre séjour dans la Province de *Quito*, nous avons remarqué que la chaleur augmentoit ou diminuoit, généralement parlant, dans la raison du plus ou du moins d'élévation du sol au dessus du niveau de la Mer.

Le niveau d'*Oyambaro*, terme austral de notre première Base, près de *Quito*, est inférieur au niveau de *Ouaoua-targui*, terme septentrional de notre seconde Base, près de *Cuenca*, d'environ treize toises\*: mais comme le terrain de la première Base a beaucoup plus de pente que celui de la seconde,

prenoit alors le plus grand degré de chaleur qui lui pût être communiqué par les rayons directs, & par les objets voisins qui en étoient pénétrés; au lieu que le Thermomètre, & le mur vertical auquel il étoit attaché, recevoient d'autant plus obliquement les rayons du Soleil, que ceux-ci tombaient plus à plomb: le Thermomètre a donc dû moins monter à proportion, que la Règle de fer n'a dû s'échauffer. Il n'en étoit pas de même dans l'expérience inverse, lorsque le Thermomètre & la Toise passaient de l'air tempéré d'une chambre, dans la neige, dont on les couvroit tous deux également, & dont ils recevoient le même degré de froid: les degrés de condensation du métal & de la liqueur devoient alors être à peu près proportionnels; aussi le résultat de cette expérience approche-t-il beaucoup de celui des miennes.

\* Voyez pages 55 & 56.

le milieu de celle-ci est plus élevé d'environ cent toises que le milieu de la première. Il est vrai qu'une si petite différence de hauteur pourroit à peine produire un effet sensible, si quelques autres circonstances locales ne s'y joignoient. Quoi qu'il en soit, la température de l'air dans la plaine d'*Yarouqui*, où nous mesurâmes notre première Base, est, pour l'ordinaire, plus chaude que dans la plaine de *Tarqui*, où nous mesurâmes la seconde.

Cela posé, il semble que la Toise de fer, à laquelle nous rapportons nos mesures, auroit dû se contracter, du moins un peu, à *Tarqui*; & par conséquent, que nous aurions dû compter un plus grand nombre de toises, en mesurant cette plaine, que si notre Toise de fer eût conservé la même extension qu'à *Yarouqui*. Je suis néanmoins porté à croire qu'elle s'est plutôt alongée que racourcie dans le temps de la mesure de notre seconde Base à *Tarqui*; & voici les raisons sur lesquelles je me fonde.

Quand je dis que la plaine d'*Yarouqui* est sensiblement plus chaude que celle de *Tarqui*; cela doit s'entendre de la partie inférieure de la plaine d'*Yarouqui*, du côté où elle s'approche de *Carabourou*, terrain aride & sablonneux, & le plus chaud de tout le canton.

C'est en partant de ce lieu, où étoit fixé le terme septentrional de la Base, que nous commençâmes, M. *Bouguer* & moi, à en mesurer la longueur, en montant vers *Oyambaro*, d'où M. *Godin* avoit commencé sa mesure en descendant vers *Carabourou*. Il se passa plusieurs jours sans que nous pûssions, M. *Bouguer* & moi, comparer les perches de bois que nous posions sur le terrain, à la Toise de fer qui avoit servi à

les étalonner. Cette opération s'étoit faite précédemment à *Oyambaro*, terme austral de la Base, plus élevé de 126 toises que *Carabourou*, terme boréal, & situé au pied d'une montagne, dans une température d'air assez froide; jusques-là que nous y avons vû plusieurs fois le matin, le Thermomètre ne marquer que trois ou quatre degrés au dessus du terme de la glace; c'est-à-dire, près de vingt degrés moins qu'il ne marquoit ordinairement l'après-midi à *Carabourou*. Nous étions à peu près au tiers de notre mesure en montant, lorsqu'il nous arriva d'*Oyambaro* une Règle de fer de cinq pieds, laquelle, ainsi que nos perches, y avoit été ajustée sur la Toise apportée de France. Nous comparâmes les jours suivans les perches à cette Règle: cela se faisoit le matin avant que de nous mettre au travail, & dans le temps le plus froid de la journée. Comme nous approchions chaque jour d'*Oyambaro*, bien-tôt après nous allâmes nous y établir; & ce fut en ce lieu même que se firent désormais les comparaisons à la Toise originale. Nous essuyâmes alors des vents, de la pluie, & un temps assez froid, tandis que la difficulté du terrain, qui, vers cette extrémité de la Base, nous obligeoit à prendre des à-plombs presque à chaque pas, retardoit encore notre marche. On peut donc statuer que la Toise, à laquelle ont été rapportées nos mesures prises sur le terrain, lors de nos opérations de la Base d'*Yarouqui*, est, à très-peu près, la Toise du climat d'*Oyambaro*, c'est-à-dire, celle d'un lieu où la hauteur moyenne du Thermomètre différoit très-peu, & peut-être par défaut, de celle des caves de l'Observatoire de Paris, laquelle répond dans le Thermomètre de M. de *Reaumur*, à  $10^{\text{d}} \frac{1}{2}$  au dessus de la congélation.



A *Tarqui*, nous n'avions point de Thermomètre; mais le temps fut très-beau pendant toute la durée de la mesure de cette seconde Base: nous opérâmes dans la saison la plus chaude de l'année, & nous étions souvent en sueur. Nous faisons porter avec nous une Toise étalonnée de fer brut, à laquelle nous comparions tous les jours nos perches sur le terrain même, à l'ombre à la vérité; mais en plein jour, & quelquefois à l'heure de la plus grande chaleur. Enfin, le jour que nous passâmes le marais, dont j'ai parlé plus haut, nous finîmes notre journée par mesurer plus d'un quart de lieue les pieds dans l'eau, ou dans un terrain où nos perches, imbibées d'eau, durent, comme l'expérience le fait voir, s'allonger considérablement; & la nuit nous ayant surpris dans cette occupation, ce ne fut que le lendemain que nous pûmes les comparer à la Mesure de fer: or il est visible qu'elles devoient alors avoir perdu, en se séchant, une partie de leur extension.

Non seulement les faits que je viens d'alléguer me sont très-préens; je les trouve même détaillés sur mon Journal d'observations. La circonstance seule d'avoir mesuré l'espace de 600 toises, dans l'eau jusqu'à mi-jambes, sans ressentir ni incommodité, ni la plus légère impression de froid, suffit pour faire juger, par comparaison à d'autres expériences, que le Thermomètre devoit être alors à 20 degrés, & peut-être plus, au dessus du terme de la glace: d'où je conclus, que la hauteur moyenne du Thermomètre, pendant la mesure de notre Base à *Tarqui*, étoit au moins de 16 à 17 degrés, c'est-à-dire, plus grande de 6 à 7 degrés qu'à *Oyambaro*; que par conséquent la Toise de fer, & les perches de bois dont cette Toise a servi à fixer la longueur dans la plaine de

Nij

*Tarqui*, étoient plus longues que celles qui nous avoient servi dans la plaine d'*Yarouqui*; & qu'enfin cet alongement, en nous faisant compter moins de mesures, a dû nous faire trouver la Base de *Tarqui* plus courte, que si la Toise n'eût souffert aucune variation depuis la mesure de la première Base.

L'équation que cette observation me fournit, tendroit à rapprocher la valeur conclue, de celle qui a résulté de ma mesure actuelle de cette même Base; mais je me contenterai de n'appliquer aucune équation, ni en plus, ni en moins, pour la diversité de la température des deux terrains. En effet, quoi qu'il en soit de la discussion précédente, & sans entrer dans un détail, peut-être trop scrupuleux, il est certain, & on ne peut nier, 1° Que nous n'ayons éprouvé, en mesurant la Base d'*Yarouqui*, un moindre degré de chaleur que l'ordinaire, vû la saison pluvieuse alors, & notre plus long séjour dans le voisinage d'*Oyambaro*. 2° Que le temps sec & chaud qu'il fit lorsque nous mesurâmes à *Tarqui* la seconde Base, n'ait adouci le petit froid qu'on y ressent ordinairement: d'où il s'ensuit généralement, que ces deux températures, déjà assez peu différentes par elles-mêmes, doivent au moins s'être approchées, si elles n'ont pas même empiété, pour ainsi dire, l'une sur l'autre; & qu'ainsi on peut, sans inconvénient, les supposer égales. Enfin, soit qu'on prenne un terme moyen entre les plus grands degrés de chaud & de froid que nous avons éprouvés dans les plaines d'*Yarouqui* & de *Tarqui*, & qui sont à peu près 2 & 26 degrés au dessus du terme de la glace dans le Thermomètre de M. de *Reaumur*; soit qu'on s'en tienne au milieu entre  $10\frac{1}{2}$  &  $16\frac{1}{2}$  degrés, qui marquent les deux températures moyennes que je viens d'assigner aux

terreins des deux Bases, pour le temps où nous les avons mesurées, on aura à très-peu près le degré 13 au dessus de 0; & c'est précisément celui que le Thermomètre de M. de Reaumur marquoit à Paris en 1735, lorsque notre Toise de fer fut étalonnée sur celle du Châtelet par M. Godin.

Ce degré de chaleur peut être pris pour celui de la température moyenne de l'air en France, & me dispense par conséquent de toute réduction sur la longueur de notre mesure, pour la variation de la Toise par la différence des climats de Paris & de Quito.

### ARTICLE XXIII.

*Comparaison de la mesure actuelle de la Base de Tarqui à sa longueur calculée.*

LA mesure actuelle de la Base de Tarqui, réduite au niveau de Carabourou, a été trouvée de 5258<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 949, c'est-à-dire, de près de 5259 toises; & par une suite de Triangles, dont le premier côté est la Base d'Yarouqui, la valeur a été conclue de 5260<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 03. Cette différence d'une toise & quelques pouces, entre la mesure actuelle & le résultat du calcul, deviendrait moindre par l'équation qui convient à la diverse température des terrains des deux Bases, conformément aux remarques de l'Article précédent: mais comme ces remarques, toutes fondées qu'elles sont, n'ont été faites qu'après coup, & qu'on pourroit imaginer que je n'en ferois usage que parce qu'elles favoriseroient l'accord de notre mesure actuelle de la Base de Tarqui avec la valeur de cette même Base, conclue par le calcul de mes Triangles, je m'abstiendrai d'employer l'équation qu'elles pourroient me fournir.

N iij

Planche II,  
fig. 1.

J'aurois aussi pû réduire la différence, d'une toise à une demi-toise, en employant le calcul d'une autre suite d'angles, dans lequel j'ai substitué à quelques-uns de nos Triangles principaux les Triangles auxiliaires, représentés par des lignes ponctuées. Mais ayant fait réflexion, que nous avons trois mesures différentes des mêmes Triangles, indépendantes l'une de l'autre, exécutées avec différens instrumens, & par divers Observateurs; enfin n'ayant pas jugé que mon système de Triangles auxiliaires, où il n'y en avoit que sept de nouveaux; fût assez différent du premier pour mériter le nom de nouvelle Suite de Triangles, j'ai supprimé dans cet Ouvrage le calcul que j'en avois fait, & j'abandonne encore l'avantage que j'en pourrois tirer, pour rapprocher mon résultat de la mesure actuelle de la Base de *Tarqui*. A quoi bon, en effet, chercher à concilier cette différence; puisque si nous avons été souvent d'accord dans la toise, & quelquefois dans le pied, sur une longueur de 15 à 20 mille toises, conclue par des observations faites avec différens Quarts-de-cercle; il faut avouer qu'il nous est aussi quelquefois arrivé, malgré toutes nos précautions, de trouver par les différentes mesures d'une même Suite de Triangles, des différences de deux, ou de près de trois toises sur une pareille longueur, comme il s'en trouve, dans le cas présent, une d'une toise sur 5260 toises, entre la mesure actuelle & la mesure conclue?

Je ne ferai donc point de vains efforts pour dissimuler une légère erreur, de laquelle il n'est pas possible de répondre sur un aussi grand nombre d'opérations combinées. Quand le calcul s'accorderoit parfaitement avec la mesure actuelle de la seconde Base, tout ce qu'on seroit en droit d'en conclure,

c'est que les erreurs se feroient probablement compensées. Après une suite de 32 Triangles, qui mesurent une distance de quatre-vingts lieues, une toise seule de différence sur le dernier côté est peut-être plus propre à servir de preuve de l'exactitude des opérations, que de raison pour douter de leur justesse.

Avant que de passer outre, il ne sera pas hors de propos d'examiner quel changement cette différence d'une toise sur la Base de *Tarqui* doit apporter à la longueur totale de la Méridienne.

## ARTICLE XXIV.

*Si toute erreur d'observation, qui fera trouver trop long le dernier côté conclu des Triangles de la Méridienne, doit aussi nécessairement faire trouver trop longue la Méridienne calculée.*

CETTE question ne peut être décidée que par la considération des élémens qui entrent dans la détermination des deux quantités dont on se propose d'examiner la relation; quantités, qui sont dans le cas présent, la Base de *Tarqui*, & la longueur conclue de la Méridienne.

Quant à la recherche de la longueur de la Base de *Tarqui*, ainsi que de celle de chaque côté de Triangle de la Méridienne, on y a toujours procédé par une analogie de cette espèce. Le sinus de l'angle opposé au côté précédemment connu, est à ce côté; comme le sinus de l'angle opposé au côté cherché, est à ce dernier côté. Il s'ensuit déjà de là, que chaque côté peut être exprimé par une fraction qui ait pour numérateur le produit de la première Base mesurée à *Yarouqui*, par les sinus de tous

# 88 MESURE DES TROIS PREMIERS

les angles opposés aux côtés successivement conclus; & pour dénominateur, les produits des sinus de tous les angles opposés aux côtés qui ont servi à conclure. On en peut encore tirer cette conséquence, que la longueur de la Base de *Tarqui* dépend de la grandeur des sinus des angles opposés à tous les côtés qu'on a conclus dans le calcul des Triangles précédens, & de la petitesse des sinus des angles opposés à ceux d'où on a conclu.

Quant à la longueur de la Méridienne, elle a été déduite de l'addition de ses différentes portions; & chacune de ces portions l'a été d'une analogie différente de la précédente, & où l'on a considéré cette portion comme côté d'un Triangle rectangle fictice, dont le côté conclu du Triangle observé étoit l'hypothénuse.

Tout ceci, tant ce qui regarde les côtés conclus des Triangles observés, que ce qui a rapport au calcul des portions correspondantes de la Méridienne, deviendra plus clair par un exemple.

Planche I,  
fig. 6.

Je choisis le Triangle XVII de la Méridienne. Je suppose d'abord que dans ce Triangle représenté par  $DI Z$ , le côté  $DI$  ait été conclu par la résolution des Triangles précédens: je veux en déduire,

1° La longueur du côté  $I Z$ . 2° La longueur de la portion correspondante,  $\zeta$  de la Méridienne.

Pour trouver la valeur de  $I Z$ , je fais cette analogie  $\sin. Z : DI :: \sin. D : I Z$ ; d'où je tire  $I Z = \frac{DI \times \sin. D}{\sin. Z}$ . Or au lieu de  $DI$  qui se trouve dans cette expression, on peut substituer sa valeur tirée d'une semblable analogie, qui, dans le Triangle précédent, a servi à conclure  $DI$ : & ainsi

ainsi successivement en remontant de Triangle en Triangle jusqu'à  $CO$ , première Base mesurée à *Yarouqui* (*Triang. I*). Substituant donc de cette sorte toutes les valeurs trouvées des côtés précédemment conclus, & nommant  $a, b, c, d, e, \&c.$  les sinus des angles opposés aux côtés conclus,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \&c.$  les sinus des angles opposés aux côtés qui ont servi à conclure, on aura à la fin  $IZ = \frac{CO \times a \times b \times c \times d \times e, \&c.}{\alpha \times \beta \times \gamma \times \delta \times \epsilon}$ .

De même, si au lieu de la valeur du côté  $IZ$  on cherchoit celle du dernier côté des Triangles de la Méridienne, c'est-à-dire, de la Base de *Tarqui* (*Triang. XXXII*), on auroit

$$\text{Base de Tarqui} = \frac{CO, \text{Base d'Yarouqui}, \alpha \times b \times c \times d \times e \&c.}{\alpha \times \beta \times \gamma \times \delta \times \epsilon \&c.}$$

33 termes au numérateur, & un de moins au dénominateur.

Quant à la portion correspondante  $\zeta$  de la Méridienne, c'est-à-dire, à la portion comprise entre les perpendiculaires  $I, Z\zeta$ , tirées des points  $I$  &  $Z$  sur la Méridienne, on la trouvera en tirant par le point  $I$  une parallèle  $I\zeta$  à la Méridienne, & en formant le Triangle rectangle  $IZ\zeta$ , dont le côté  $IZ$  connu par l'analogie précédente, sera l'hypothénuse; ce qui donnera cette autre analogie, *sin. total* :  $ZI$  :: *sin. IZ\zeta* :  $I\zeta$  ::  $\zeta$ , d'où l'on tirera  $\zeta = \frac{ZI \times \sin. IZ\zeta}{\sin. total}$ .

Il s'ensuit de là, que la longueur conclue d'une portion quelconque  $\zeta$  de la Méridienne, laquelle correspond à un côté de Triangle observé, dépend tout à la fois, de la grandeur de ce côté, & de la grandeur du sinus de l'angle  $IZ\zeta$ , complément de l'angle que fait ce même côté avec la Méridienne.

Il entre donc dans la détermination de la longueur des portions de la Méridienne, telles que  $\iota\zeta$ , un nouvel élément qui n'a contribué en rien à la détermination des côtés des Triangles observés ; & c'est l'angle  $Z\iota\zeta$  que le côté  $\iota\zeta$  fait avec la Méridienne. S'il étoit possible de supposer cet angle exempt d'erreur, sous prétexte que nous avons souvent vérifié, par des observations d'azimuth, la direction du côté  $\iota\zeta$ , par rapport aux régions du monde, dès-lors l'autre angle aigu du Triangle rectangle, feint sur ce même côté, seroit aussi exempt d'erreur ; le côté  $\iota\zeta$  de ce même Triangle rectangle, ou la portion correspondante  $\iota\zeta$  de la Méridienne, laquelle lui est égale, ne pourroit plus varier que proportionnellement à  $\iota\zeta$  ; & par conséquent l'allongement de chaque portion de la Méridienne ne dépendroit plus que des mêmes causes d'où s'ensuit l'allongement du côté correspondant des Triangles observés. Mais cette supposition renfermeroit une sorte de contradiction, en ce que toute erreur dans les angles des Triangles observés, doit, à moins d'une compensation nullement vrai-semblable, en entraîner une dans l'angle que les côtés de ces Triangles font avec la Méridienne ; puisqu'on ne découvre la valeur de ce dernier angle, par exemple, de l'angle  $Z\iota\zeta$ , qu'en faisant à l'angle de la première Base avec la Méridienne, des additions & des soustractions successives d'autres angles observés.

La grandeur de chaque côté de Triangle, & celle de chaque portion de Méridienne, correspondante à un côté, dépendent donc de deux sortes d'éléments ; les uns particuliers à l'une de ces grandeurs exclusivement ; les autres communs à toutes les deux, mais qui se combinent de manières



très-différentes dans la détermination de ces mêmes grandeurs. A moins donc que de parcourir toutes les suppositions possibles, tant sur le nombre & la disposition des Triangles, que sur la diverse combinaison des erreurs d'observation dans les angles, & d'en examiner tous les résultats; on ne sauroit être en état de conclurre en général, que l'excès de longueur de la dernière Base calculée, doive entraîner un excès dans le calcul de la longueur de la Méridienne.

Mais, si, restreignant la question à notre Méridienne précisément, on a égard aux circonstances particulières de notre mesure, telles que la disposition de nos Triangles, dont la suite s'écarte peu de la direction de la Méridienne, leur forme oxigone, assez approchante, pour l'ordinaire, de l'équilatérale &c; ces restrictions feront qu'on aura beaucoup moins de cas à examiner, pour se décider sur la question proposée. Enfin l'accord de nos différentes Suites de Triangles, & des différentes mesures d'une même Suite par divers observateurs & avec divers instrumens, donnera aux erreurs d'observation des limites étroites, qui augmenteront beaucoup la probabilité des conclusions qu'on aura tirées.

Après d'assez longues recherches, auxquelles j'ai appliqué la théorie de M. Cotes \*, je me suis convaincu, que dans le plus grand nombre de cas, pris abstraitement, & sur-tout dans le plus grand nombre de ceux qui sont applicables à nos Triangles, l'allongement qu'une erreur dans l'observation de quelque angle, produit dans un côté conclu par le calcul, emporte nécessairement l'allongement de la portion correspondante de la Méridienne calculée; d'où il s'ensuit que dans

\* *De æstimatione errorum in mixta mathefi.*

la totalité de ces mêmes cas, il entraîne cet alongement avec une très-grande probabilité.

La forme que je me suis prescrite dans cet ouvrage ne me permet pas d'entrer ici dans le long détail d'une discussion géométrique qui n'a rien d'attrayant ; & je crois que le lecteur me saura d'autant plus de gré de la lui épargner, que lorsqu'on veut, dans le cas présent, rendre générales les propositions démontrées, & éviter les équivoques, l'énoncé des théorèmes devient souvent presque aussi long & quelquefois aussi difficile à entendre que la démonstration même.

Je me bornerai donc à la considération suivante. Il n'est pas à présumer, que l'excès de longueur d'une toise, trouvé par le calcul sur la mesure actuelle de la Base de *Tarqui*, provienne des seules erreurs commises dans l'observation des angles du dernier Triangle, ou même dans l'observation des angles des seuls Triangles qui précèdent immédiatement le dernier. Il faudroit pour cela supposer dans ces angles des erreurs trop considérables, sur des angles où, par les précautions dont on a rendu compte, ce seroit beaucoup ; pour l'ordinaire, que de supposer 10 secondes d'erreur. Il y a donc toute apparence que la plupart des côtés calculés des Triangles antérieurs, qui ont servi à conclure la Base de *Tarqui*, ont péché plus ou moins en excès, c'est-à-dire, ont été conclus trop grands. Mais nous venons de voir que l'alongement d'un côté de Triangles a dû produire le plus souvent l'alongement de la portion correspondante de la Méridienne : la plupart des portions de la Méridienne doivent donc très-vrai-semblablement avoir été conclues trop longues, & à bien plus forte raison cela doit-il être de la

Méridienne totale qui en est la somme.

Je conclus, en répondant directement à la question que je me suis proposée ; que toute erreur d'observation qui feroit trouver par le calcul le dernier côté d'une suite de Triangles plus long qu'il ne l'est réellement, ne fera pas nécessairement, & dans tous les cas, attribuer trop de longueur à une ligne qui traverseroit cette suite de Triangles, comme la Méridienne fait ici ; mais que dans le cas dont il est question, il y a un très-haut degré de probabilité, ce qui fait presque une certitude morale, que la même cause d'erreur qui a fait trouver la Base de *Tarqui* plus longue par le calcul que par la mesure actuelle, nous a fait aussi conclure notre Méridienne plus longue qu'elle n'étoit en effet. Il ne reste plus qu'à évaluer cet excès.

## ARTICLE XXV.

*De combien une différence d'une toise sur la Base de Tarqui doit changer la longueur de la Méridienne.*

IL y a un nombre infini de suppositions d'erreurs possibles qui feroient toutes trouver par le calcul la Base de *Tarqui* trop longue d'une toise.

Comme il n'y a point de raison absolument décisive pour préférer l'une de ces suppositions à l'autre, il est à propos de prendre un milieu entre elles : & ce milieu se peut chercher par différentes voies.

On pourroit supposer, mais gratuitement & sans aucune vrai-semblance, que tous les angles qui précèdent le Triangle sur la Base de *Tarqui*, sont exempts d'erreur, & que l'erreur d'une toise, ou de  $\frac{1}{3000}$ , qu'on a trouvé de trop dans le

calcul de cette Base, n'a été commise que dans les angles de ce dernier Triangle. Il est clair, qu'en ce cas, la Méridienne calculée ne seroit alongée par cette erreur que dans la portion correspondante à la Base de *Tarqui*, & d'une quantité plus ou moins grande, suivant l'angle de cette Base avec la Méridienne; de sorte que l'alongement total de la Méridienne, ou l'excès de sa longueur calculée sur sa longueur véritable seroit d'une toise, si la Base de *Tarqui* étoit dirigée du Nord au Sud, ou parallèlement à la Méridienne; qu'il se réduiroit à 0, si la direction de la Base coupoit la Méridienne à angles droits, & qu'il est d'environ cinq pieds, parce que cette Base décline en effet de la Méridienne de 3 2 degrés 2 5 minutes.

On pourroit également supposer, que toute l'erreur procède des angles du premier Triangle sur la première Base; que le premier côté conclu a été trouvé trop long de  $\frac{1}{10000}$ , & que tous les angles suivans ont été bien observés. Dans cette supposition, tous les côtés auroient été alongés, ainsi que le premier côté & dans le même rapport: & le dernier qui est la Base de *Tarqui*, ayant environ 5000 toises, le calcul lui eût donné une toise de trop; par conséquent 35 à 36 toises de trop à la Méridienne, c'est-à-dire à peu près  $\frac{1}{10000}$  de sa longueur totale, laquelle diffère peu de 180000 toises.

Ces deux suppositions s'éloignent également de la vrai-semblance, & par des chemins directement opposés. On peut donc les regarder comme deux cas extrêmes, & comme des espèces de limites. Si on prend le milieu des deux résultats entre une toise & 36, on aura environ 18 toises pour l'excès de la Méridienne calculée sur la véritable.

Essayons une autre supposition. Que l'erreur ait commencé

dès les premiers Triangles : qu'elle ait été d'abord très-petite : qu'elle se soit ensuite accrue insensiblement toujours dans le même sens, jusqu'à produire un peu plus d'une toise sur le dernier côté, long de 5260 toises, & qui est ici la Base de *Tarqui* ; la quantité dont le calcul seroit trouver en ce cas la Méridienne totale trop longue, seroit à peu près égale à la somme d'une progression arithmétique croissante, de 36 termes ; dont le premier seroit presque  $= 0$ , & dont le dernier seroit de près d'une toise. Or si l'on fait la somme des termes de cette progression, on la trouvera égale à près de 18 toises ; c'est-à-dire, au nombre déjà trouvé en prenant un milieu entre les deux suppositions précédentes ; & en effet, la dernière de ces suppositions ne pouvoit manquer de donner la moitié du résultat de celle qui a fait trouver 36 toises pour l'allongement total de la Méridienne ; le cas de la première pouvant être représenté par un parallélogramme, qui, sur une longueur donnée, auroit pour hauteur une toise, & celui de la seconde, par un Triangle de même Base & de même hauteur, & par conséquent moitié du parallélogramme.

## ARTICLE XXVI.

*Autres manières de trouver l'équation de la longueur de la Méridienne pour une toise de différence sur la longueur de la Base.*

DANS la vûe de faire de notre Base de *Tarqui* l'usage naturel auquel elle étoit destinée ; & pour donner à cette Base, qui avoit été mesurée avec le même soin que celle d'*Yarouqui*, & sur un terrain plus favorable, autant de part qu'à la pre-

Planche II,  
fig. 1.

mière dans la détermination de la longueur du degré; voici le plan que j'avois suivi en faisant mes premiers calculs de la Méridienne, en 1739 & 1740. Je pris pour fondement de ce calcul la Base mesurée à *Yarouqui*, (*Tr. I*), & je résolus tous les Triangles suivans vers le Sud, jusqu'au Triangle XIV, & au côté terminé par les Signaux de *Moulmoul* & d'*Ygoalata*, lequel est situé assez exactement au milieu de la longueur de notre arc de trois degrés. Je commençai ensuite un nouveau calcul, en partant de la Base mesurée de *Tarqui* à l'extrémité sud de la Méridienne; & prenant la mesure actuelle de cette Base pour premier côté, je résolus, en remontant vers le Nord, tous les Triangles jusqu'au même côté de *Moulmoul* à *Ygoalata*, déjà conclu par la Base d'*Yarouqui*. Je trouvai alors ce côté plus court d'environ une toise que par le premier calcul; ce qui provenoit de la même cause qui me fait trouver aujourd'hui la Base de *Tarqui* plus longue que la mesure actuelle. Enfin je pris pour la vraie longueur de ce côté, la longueur moyenne entre les deux qui avoient été conclues par les deux différentes Bases, ne voyant pas plus de raison de désérer à l'une qu'à l'autre.

Ce procédé me donne un moyen de corriger les côtés intermédiaires des Triangles des deux moitiés de la Méridienne. Je prends pour exemple la moitié septentrionale depuis *Moulmoul* jusques à *Cotchesqui*. Je regarde la distance corrigée de *Moulmoul* à *Ygoalata* comme une troisième Base mesurée réellement: je calcule sur la longueur de cette nouvelle Base, les Triangles qui s'y appuient successivement, en remontant vers le Nord, jusqu'à celui qui se trouve à moyenne distance entre *Moulmoul* & *Cotchesqui*, au quart de la Méridienne du côté du Nord, par exemple, jusqu'au côté austral du Triangle VIII, entre  
les

les Signaux de *Milin* & de *Papa-ourcou* : je compare la longueur de ce côté, trouvée par ce nouveau calcul, à celle qui avoit été trouvée en premier lieu en partant de la Base d'*Yarouqui*, & qui étoit un peu moindre : je prends le milieu des deux longueurs conclues pour la vraie ; & je regarde cette distance, ainsi corrigée, comme une quatrième Base. Celle-ci me sert de même à corriger un autre côté à moyenne distance entre celui-ci & la Base d'*Yarouqui* ; & ainsi de suite, je corrige successivement tous les côtés des Triangles, & à proportion les parties correspondantes de la Méridienne ; je prends la somme de celle-ci, pour avoir la longueur totale corrigée, & je trouve encore la Méridienne plus courte de 18 toises que par le premier calcul. Ce procédé, quoique très-différent en apparence des précédens, me donne précisément le même résultat ; & il doit le donner, puisqu'il renferme tacitement la supposition précédente d'une erreur accrue uniformément & du même sens.

Enfin une autre manière fort simple de considérer la chose, & de faire pareillement servir la mesure actuelle de la Base de *Tarqui* à la correction de la longueur de la Méridienne, trouvée par le premier calcul fait sur la Base d'*Yarouqui*, ce seroit de faire un calcul rétrograde, dont la Base de *Tarqui* calculée seroit le fondement ; puis de déduire de ce nouveau calcul la longueur de la Méridienne, de la même manière qu'on l'avoit d'abord déduite de la mesure actuelle de la Base d'*Yarouqui* ; & de prendre enfin pour longueur vraie de la Méridienne la longueur moyenne entre les deux qu'on auroit conclues par ces deux différentes voies. On voit que par ce procédé, les deux mesures des deux Bases auroient également part

98 *MESURE DES TROIS PREMIERS*

à la détermination de la longueur de la Méridienne & à celle de la longueur du degré; mais il n'est pas même nécessaire pour cela de faire effectivement ce nouveau calcul; on peut s'en épargner l'embarras, & cependant en trouver le résultat par les considérations suivantes.

Le calcul fait sur la mesure actuelle de la première Base, qui est celle d'*Yarouqui*, a fait conclure la longueur de la seconde Base, c'est-à-dire, de la Base de *Tarqui*, d'une toise de plus sur 5000, qu'on ne l'a trouvée par la mesure actuelle; je néglige ici les fractions: & par le même calcul on a conclu la longueur totale de la Méridienne, comme on a vu *art. XVIII*, de près de 177808 toises. Si donc on refaisoit le calcul, en rétrogradant de la seconde Base conclue à la première, il est évident qu'on retrouveroit la vraie valeur de la première Base, & la même longueur de la Méridienne: & si dans cette nouvelle supputation on prenoit pour fondement, non la seconde Base conclue, mais la vraie longueur, telle que la donne la mesure actuelle, c'est-à-dire, une longueur moindre d'une toise sur 5000, que celle qu'on lui avoit attribuée; il n'est pas moins clair qu'on trouveroit tous les côtés de Triangles plus courts proportionnellement, ou de  $\frac{1}{5000}$  plus courts que par le calcul précédent. Il en seroit de même de toutes les parties correspondantes de la Méridienne, & par conséquent de la longueur totale de cette Ligne. Et comme la cinq-millième partie de 177808 toises est environ 36 toises, la longueur totale de la Méridienne seroit donc par ce nouveau calcul de 177808 toises — 36.

Si l'on prend ensuite le milieu des deux longueurs, l'une de 177808 toises, conclue par le calcul fait sur la mesure



actuelle de la première Base, l'autre de 177808' — 36, qu'on trouveroit en refaisant le calcul sur la mesure actuelle de la seconde Base, on aura pour mesure moyenne 177808' — 18; c'est-à-dire, 18 toises de moins que ce qu'on avoit trouvé par le premier calcul.

Nous revenons donc toujours à une même conclusion: & en effet les suppositions précédentes, & ce nouveau procédé, ne diffèrent point dans le fond; & ce ne sont qu'autant de divers aspects du même objet. Cette manière de le considérer est peut-être la plus simple de toutes; mais elle ne s'est présentée à moi que la dernière.

J'ai supposé une toise entière d'erreur sur la Base de *Tarqui*, conclue par la suite du calcul de mes Triangles, depuis la Base d'*Yarouqui*, quoique j'eusse, comme je l'ai remarqué, différens moyens de réduire cette quantité à une beaucoup moindre. J'ai regardé cette différence d'une toise comme le produit d'une suite d'erreurs toujours croissantes, & dans le même sens; supposition qui passe les bornes de la vrai-semblance. Cependant tout ce qui s'ensuivroit de là, c'est qu'il y auroit près de 18 toises, ou  $\frac{1}{10000}$ , à retrancher de la longueur totale de notre arc du Méridien de trois degrés sept minutes, c'est-à-dire, moins de six toises par degré: or qu'est-ce que six toises, quand on considère que chaque seconde d'erreur sur l'amplitude de l'arc, quantité plus petite que celle dont aucune industrie humaine ait pu jusqu'ici répondre en pareil cas, produit nécessairement une erreur de seize toises?

La différence de six toises par degré, qui résulte de l'examen précédent, ne sert donc qu'à prouver combien les erreurs qu'on peut commettre dans la mesure géodésique d'une Méridienne

tirent peu à conséquence, sur-tout quand on opère avec autant de précautions que nous en avons apportées; & combien il seroit à désirer qu'il en fût de même des erreurs auxquelles on est exposé dans la mesure astronomique: c'est-là une réflexion qui se présente sans cesse, & elle a été faite par tous ceux qui ont un peu médité sur cette matière. Au reste, je n'ai employé dans mes Tables de Triangles que le calcul direct fait sur la mesure de la Base d'*Yarouqui*; afin que toutes les parties de ce calcul eussent une dépendance mutuelle, & que l'on pût voir ce que les petites erreurs accumulées dans une suite de 32 Triangles produiroient de différence sur le dernier côté. Je n'ai regardé le calcul fait par les deux Bases, que comme un moyen naturel de corriger la longueur de la Méridienne, & j'en ai supprimé tout le détail pour éviter la prolixité.

Je me suis un peu étendu sur cette équation à la mesure de la Méridienne, par deux raisons; la première, que la chose appartenoit très-directement à mon sujet, puisqu'il étoit question du changement qu'il y avoit à faire à la première valeur du degré conclu de mes opérations; la seconde, que j'ai eu lieu de croire que je ne serois pas prévenu par M. *Bouguer* sur ce point, comme je pourrai l'avoir été sur beaucoup d'autres; ayant jugé par ce qu'il a publié l'année dernière dans les *Mémoires de l'Académie* 1744 (page 287) qu'il ne discutait point cette question, & ne faisoit point de correction à la longueur de la Méridienne conclue: & en effet il pouvoit d'autant plus s'en dispenser, qu'il n'a trouvé entre son calcul & la mesure actuelle de la longueur de notre seconde Base que deux ou trois pieds de différence; au lieu que par le mien j'ai trouvé une toise, & que j'ai voulu voir ce qui

s'ensuivroit, en laissant subsister entièrement cette différence, quoique j'eusse pû la diminuer de moitié.

---

## ARTICLE XXVII.

*Détermination de la longueur de l'arc compris entre les deux Observatoires, au Nord & au Sud de la Méridienne.*

PAR la Table des distances des Signaux à la Méridienne & à la Perpendiculaire, qui se croisent au centre de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, on a trouvé (article *XIX*) que la somme des distances des Signaux de *Cotchesqui* & de *Chinan* à cette Perpendiculaire, étoit de 177807<sup>1</sup>/<sub>8</sub>7 : cette distance étant réduite au niveau de *Carabourou*. Telle est la longueur de la Méridienne, trouvée par le calcul ; mais il y a plusieurs corrections à y faire, & plusieurs équations à y appliquer, pour la réduire à la longueur vraie de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles à l'Equateur, qui passent par les observatoires de *Cotchesqui* & de *Targui*, puisque ces observatoires étoient situés à quelque distance des Signaux.

Premièrement, il y a 18 toises à retrancher de la longueur totale, pour la correction expliquée dans l'article précédent.

Secondement, il faut ajouter 25 toises, pour réduire le point du Signal de *Cotchesqui* au centre de l'observatoire de même nom ; savoir, 10<sup>1</sup>/<sub>2</sub> toises, pour la quantité dont le lieu où répondoit le centre de notre Secteur à *Cotchesqui* en 1740, étoit plus septentrional que le Signal, & 14<sup>1</sup>/<sub>2</sub> toises, dont le Secteur de *M. Bouguer* étoit encore plus reculé vers le Nord lors des observations simultanées à la fin de 1742, & au

commencement, de 1743, qui sont celles dont je tirerai la valeur du degré.

Troisièmement, le Signal de *Chinan*, terme austral de la Base de *Tarqui*, étoit plus sud que le lieu où nous observâmes à *Tarqui*, de 856 toises & demie; ainsi que nous l'avons déterminé géométriquement avec beaucoup de précision, par un Triangle formé exprès, dont un côté étoit une portion même de la Base de *Tarqui*, actuellement mesurée: il faut donc soustraire cette quantité de la distance précédemment trouvée.

Enfin, il y a encore environ huit toises à retrancher, pour la quantité dont la Perpendiculaire tirée de l'observatoire de *Tarqui* sur le Méridien de *Quito*, s'écarte du Parallèle de *Tarqui* sur la distance de 31344 toises, dont cet observatoire est éloigné de ce Méridien vers l'occident. Cette dernière correction est la seule qui ait besoin d'être expliquée.

Planche 1, Soit  $PQp$  le Méridien de *Quito*: soit  $Q$  la Tour de la  
fig. 7. *Mercy*, par où je fais passer le Méridien de cette ville: soit  $C$  notre observatoire septentrional *Cotchesqui*, &  $PCp$  son Méridien: soit  $T$  notre observatoire austral *Tarqui*, &  $PTp$  le Méridien de cet observatoire. *Cotchesqui*, lieu de nos observations septentrionales, n'étant éloigné de l'Equateur  $EA$  que de deux minutes, la Perpendiculaire  $CH$ , tirée de *Cotchesqui* sur le Méridien de *Quito*, se confondra avec le Parallèle de *Cotchesqui*; mais *Tarqui* étant éloigné de 3 degrés 5 minutes de l'Equateur, la Perpendiculaire  $TI$ , tirée de l'observatoire  $T$  sur le Méridien  $PQI$ , s'écarte du Parallèle  $TKR$ , de la quantité  $IK$ , qui est l'excès de l'hypothénuse  $Tp$  du Triangle sphérique  $pTI$  sur le côté  $pI$  du même Triangle, dans lequel on connoît trois choses: l'hypothénuse  $Tp$ , complément de  $ET$  latitude

de *Tarqui*; l'angle droit  $TIp$  opposé à l'hypothénuse; & le côté  $TI$ , ou la Perpendiculaire tirée de  $T$ , observatoire de *Tarqui*, sur la Méridienne de *Quito*, laquelle est de 31344 toises\*, & peut être prise pour un arc de grand cercle, ou même de l'Equateur à cause de sa proximité. On peut aussi réduire  $TI$  en degrés & minutes, sur le Parallèle de la latitude  $3^d 5'$ ; ce qui donnera l'angle  $TpI$  au Pole, & un nouveau moyen de résoudre le Triangle. Enfin on trouvera que  $KI$ , ou  $Tp - pI$  est égal à 8 toises, qu'il faut retrancher, comme nous l'avons dit, de la longueur de l'arc mesuré, lequel, toute réduction faite, sera de 176950 toises.

Voici le calcul de toutes ces différentes équations.

Somme des distances calculées des Signaux de *Cotchesqui* & de *Chinan*, à la Perpendiculaire au Méridien de la Tour de la *Mercy* de *Quito*, trouvée art. XIX, & réduite au niveau du plus bas Signal.... 177807<sup>1</sup>,87

Equation soustractive de  $\frac{1}{10000}$ , expliquée articles XXV & XXVI. . . . . 17,78

Donc, distance corrigée des Signaux de *Cotchesqui* & de *Chinan*, mesurée parallèlement à la Méridienne. . 177790,09

Ajoutez pour la quantité, dont le centre du Secteur en 1740 à *Cotchesqui* étoit plus nord que le Signal.. 10,56

Plus, pour la quantité, dont à la fin de 1742 & au commencement de 1743, lors des observations simultanées, le Secteur étoit plus nord qu'en 1740.. 14,50

Retranchez, à cause que le Signal de *Chinan* étoit plus sud que le centre de l'observatoire de *Tarqui*. . . 856,71

Reste . . . . . 176958<sup>1</sup>,44

\* Le Signal de *Chinan*, terme austral de la Base de *Tarqui*, est, par la 1<sup>re</sup> Table art. XVIII, 32517<sup>1</sup>,68 à l'occident du Méridien de *Quito*: d'où étant 1731,67, dont l'observatoire de *Tarqui* est plus oriental que le Signal de *Chinan* par le calcul mentionné (page précéd.), il reste 31344 toises pour la différence des Triangles du Méridien de *Quito* & de l'observatoire de *Tarqui*.

# 104 MESURE DES TROIS PREMIERS DEGRÉS, &c.

Somme des distances des deux observatoires de *Cotchesqui* & de *Tarqui* à la Perpendiculaire au Méridien de *Quito* . . . . . 176958',44

Otez *KI*, écart de *TI*, Perpendiculaire tirée de l'observatoire de *Tarqui* à la Méridienne de *Quito*, ou quantité dont *TI* s'écarte sur une distance de 31344 toises du Parallèle *TKR* de *Tarqui* . . . . . 7,97

Distance des Parallèles des deux observatoires de *Cotchesqui* & de *Tarqui*, réduite au niveau de *Cara-bourou*, 1226 toises au dessus du niveau de la mer. . . 176950,47

Il resteroit à réduire cette distance au niveau de la mer : mais comme cette réduction n'est importante que pour la valeur du degré, je remets à la faire après la détermination de l'amplitude de l'arc mesuré du Méridien, ce qui fera le sujet de la Seconde Partie; & je me contente de tirer de tout ce qui a été exposé dans la première, la conclusion suivante.

*La longueur totale de la Méridienne, mesurée géométriquement, & réduite au niveau du plus bas de nos Signaux, 1226 toises au dessus du niveau de la mer, est donc, toute réduction faite, de 176950 toises.*

Fin de la première Partie.

MESURE



M E S U R E  
 DES  
 TROIS PREMIERS DEGRES  
 DU MERIDIEN  
 AU DELA DE L'EQUATEUR.

SECONDE PARTIE.  
 MESURE ASTRONOMIQUE  
 DE L'ARC DU MERIDIEN,

OU  
 DETERMINATION DE LA VALEUR DE L'ARC CELESTE

*Qui répond à la Mesure géométrique.*

APRÈS avoir déterminé, par des mesures actuelles & par le secours de la Trigonométrie, la longueur d'un Arc du Méridien terrestre, il reste à connoître l'amplitude de cet

Q

Arc; c'est-à-dire, quelle portion il est de la circonférence de la Terre, ou combien il contient de degrés, de minutes, & de secondes.

L'Astronomie seule nous en fournit les moyens, & le plus simple est de faire aux deux extrémités de l'Arc, dont la longueur est déjà connue par les mesures trigonométriques, l'observation de la distance de quelque étoile au zénith. Il est évident que la différence des deux distances observées, ou leur somme, si l'étoile est entre les deux zéniths, sera la valeur de l'Arc du Méridien, compris entre les deux observatoires.

C'est ainsi que nous avons déterminé l'amplitude de notre Arc, par un grand nombre d'observations répétées à *Tarqui*, à *Cotchesqui*, & même à *Quito*. Cette seconde Partie est destinée à rendre compte de ces observations, & à en tirer les conséquences, quant à la valeur du degré du Méridien.

## ARTICLE I.

*De l'ancien Secteur apporté de France; des changemens qui y furent faits pour le rendre propre aux nouvelles observations.*

AU mois de Mai 1739, dans le temps que nous étions prêts de terminer notre Mesure géométrique, à laquelle les trois Académiciens avoient travaillé conjointement & d'un commun accord, *M. Godin* déclara qu'il étoit résolu de faire à part son observation astronomique, avec un nouvel instrument d'un plus grand rayon que celui que nous avions apporté



de France, & qui nous avoit servi en 1736 & 1737 à l'observation de l'obliquité de l'Ecliptique.

Nous restâmes, M. *Bouguer* & moi, en possession de l'ancien Secteur de 12 pieds de rayon, lequel nous parut d'une grandeur suffisante pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien dont nous avions mesuré la longueur. Nous convinmes seulement de faire à cet instrument les changemens nécessaires & convenables, pour corriger les défauts que nous avions remarqués dans sa construction & son usage, en observant les Solstices.

Il étoit à propos de commencer par supprimer le limbe de 30 degrés, qui désormais n'étoit plus qu'un poids inutile, & de lui substituer un nouveau limbe qui pût contenir 4 à 5 degrés; cet arc étant suffisant pour mesurer les distances au zénith des étoiles que nous nous proposons d'observer.

Notre première attention se porta ensuite à éviter de tracer sur ce limbe des divisions en degrés & en minutes, opération toujours sujette à une grande incertitude, lors même qu'elle est pratiquée par l'Artiste le plus habile. C'est à quoi nous réüssîmes, guidés par les réflexions suivantes. Au lieu du grand appareil de cercles, de lignes & de points, qu'exige la graduation ordinaire d'un instrument d'Astronomie, nous n'avions besoin dans le cas présent, où nous ne cherchions qu'une distance au zénith, que d'un seul arc terminé par deux points. La distance verticale de l'étoile que nous étions convenus d'observer étoit déjà à peu près connue par les Quarts-de-cercle ordinaires, & par la seule carte de nos Triangles: ainsi nous pouvions, parmi les arcs un peu plus grands ou un peu plus petits que celui qui mesuroit la distance de l'étoile au

zénith, choisir l'arc dont la corde seroit une partie aliquote du rayon. Quant à la petite quantité en plus ou en moins, dont cet arc différeroit de la vraie distance verticale cherchée, le Micromètre nous donnoit un moyen facile de la mesurer. Tel est l'esprit de la méthode qui nous a mis en état de nous passer d'une division en degrés & minutes; & même de suppléer avec avantage à cette graduation. Je détaillerai ailleurs le procédé & l'opération.

Ce ne fut qu'à *Cuenca*, vers la fin d'Août 1739, & après avoir terminé notre mesure de la Base de *Tarqui*, que nous pensâmes sérieusement à la construction du nouveau Secteur, en mettant en exécution les différentes idées qui s'étoient présentées, & qui depuis plusieurs mois faisoient le sujet ordinaire de nos conversations dans les intervalles de notre travail, pour la mesure des angles de la Méridienne. Il fut d'abord question de changer l'ancienne suspension de cet instrument. En 1736 & 1737, lors de l'observation de l'obliquité de l'Ecliptique, il n'étoit porté que par un genou monté sur un pied de Quart-de-cercle ordinaire, & qui n'avoit aucune proportion avec la grandeur d'un rayon de 12 pieds. Il y avoit sur cela deux partis à prendre : l'un de rendre le Secteur mobile sur le pivot d'un axe vertical de douze pieds, & cet axe ne pouvoit guère être que de bois dans un pays où le fer est précieux : l'autre, de suspendre l'instrument par le centre même de l'arc, de la manière qui sera expliquée dans l'article suivant. Je fus d'avis de donner la préférence à ce dernier moyen, comme le plus facile ; peut-être n'est-il pas le plus sûr : quoi qu'il en soit, il fut adopté pour lors.

M. *Bonguer* se chargea de conduire dans l'exécution le

sieur *Hugo*, notre Horloger, très-capable déjà par lui-même de construire, & même d'imaginer un nouvel instrument. J'assistai dans les commencemens deux ou trois fois à son travail; je hafardai même quelques avis: mais ayant jugé qu'en pareil cas la multitude des conseils pouvoit être plus préjudiciable qu'utile, je résolus dès ce moment de m'abstenir d'en donner; & je me trouvai bien-tôt après dans l'impossibilité de partager ce soin avec *M. Bouguer*. Nous nous vîmes alors exposés à un danger plus pressant que celui de nous tromper de quelques secondes. Non seulement nous courûmes tous risque de la vie dans l'émeute populaire du 29 Août 1739, dont la Relation a été publiée\*; mais les auteurs du tumulte cherchant à se justifier, attaquèrent notre honneur, & je me trouvai obligé de le défendre. Les procédures judiciaires en divers Tribunaux, les seules lettres à l'Audience Royale de *Quito*, au Gouverneur de la Province, au Viceroi, & celles qu'il me fallut écrire dans le même temps en France, ne m'eussent pas laissé assez de temps pour suivre de près la construction de notre instrument, ni les préparatifs de notre observation astronomique; mais rien n'étoit moins nécessaire, puisque *M. Bouguer* s'en étoit chargé, & que je m'en rapportois plus à lui qu'à moi-même.

Il reste à donner la description de notre nouveau Secteur.

La planche III le représente en perspective tout monté, & tel que je le dessinaï d'après nature, dans le temps de nos premières observations à *Tarqui* en 1739. Je prêtai dans le même temps mon dessin à *M. Verguin*, qui en fit une copie pour *M. Bouguer*.

Planche III.

\* Lettre sur l'émeute populaire excitée à *Cuenca* au Pérou contre les Académiciens, &c. *Paris, M. DCC XLVI.*

## ARTICLE II.

*Description du Secteur.*

NOTRE Secteur, dans sa nouvelle construction, n'étoit plus composé que de trois pièces principales; d'un limbe de cuivre, d'un rayon formé d'une barre ou règle de fer qui joignoit le limbe au centre, & d'une pièce qui portoit le centre & se terminoit en un segment de sphère ou portion de boule par laquelle l'instrument étoit suspendu.

*AB* est une règle longue de deux pieds, large d'un pouce & demi, & de deux à trois lignes d'épaisseur. Cette règle étoit de cuivre, & appliquée avec des cloux de même matière, rivés sur une bande de fer *ab*, garnie par derrière d'une règle de chan *a b*. On s'étoit dispensé de donner au limbe une courbure circulaire; mais sa largeur verticale étoit suffisante pour contenir la courbure d'un arc de cercle de sept à huit degrés. Au milieu de la bande de fer *ab*, qui soutenoit le limbe, étoit attachée avec des tenons & des vis l'extrémité inférieure *C* d'une règle plate de fer *CD*, large de trois pouces, épaisse de deux lignes, & longue de douze pieds. Cette règle formoit le rayon du Secteur, & servoit à lier le limbe avec le centre de l'instrument: elle est représentée brisée dans la figure, pour éviter de donner à la planche trois fois autant de hauteur qu'elle en a, comme l'eût exigé sans cela, la proportion des parties du dessein. La règle *CD* étoit de deux pièces, lesquelles, au milieu de la longueur du rayon, se recouroient l'une l'autre de quelques pouces, & s'unissoient par le moyen de plusieurs tenons & clavettes chassées à force: cette

même barre *CD* avoit aussi une règle de chan *JJJ* qui lui étoit adossée dans toute sa longueur, pour la contenir & l'empêcher de s'arquer.

L'extrémité supérieure du même rayon s'élargissoit vers *D*, & recevoit sur sa face antérieure, aplatie & limée en retraite, une pièce de cuivre *EFG*, avec laquelle elle étoit assemblée par trois fortes vis *eee*. Un peu plus haut, la pièce de cuivre étoit percée en *I* d'un trou disposé pour recevoir un cylindre de même matière, fait au tour, & qui servoit de centre à l'instrument. Ce centre ne différoit en rien de celui d'un Quart-de-cercle ordinaire. La même pièce de cuivre *EF* se prolongeoit en *G*, & prenoit une forme conique qui se terminoit par le haut en un segment de sphère, ou portion de boule, laquelle étoit embrassée par un carcan ou collier *K*, pratiqué à l'extrémité d'une potence de fonte *KH*, avec son support *L*: le tout fermement arrêté à une poutre de l'observatoire. La partie supérieure du carcan *K* étoit élevée, pour recevoir & laisser rouler librement la demi-boule qui y étoit engagée. Cette demi-boule, qui faisoit les fonctions du genou dans les planchettes d'Arpenteur, servoit de point de suspension à l'instrument; & par son moyen il pouvoit facilement se tourner & s'incliner en tout sens.

La bande de fer *ab*, sur laquelle le limbe *AB* étoit rivé, portoit à sa partie inférieure deux pièces saillantes *MM*, ou tenons plats qui servoient à retenir le Secteur dans la situation qu'on vouloit lui donner. Ces deux tenons étoient reçus dans les fentes ou coulisses de deux tasseaux de fer *mm*, enchassés dans une pièce de bois *OO*, & pouvoient y être mis parallèlement au plan du limbe par le moyen de deux vis *nn*,

qui agissoient en sens contraire; & qui, en conduisant doucement l'un ou l'autre des deux tenons *M*, faisoient mouvoir le Secteur sur son centre dans le plan du limbe, & donnoient toute la facilité possible de changer l'inclinaison de l'instrument, d'une aussi petite quantité qu'on vouloit.

La pièce de bois *OO*, à laquelle étoient fixés les deux tasseaux à coulisses *mm*, étoit couchée sur un banc solide *QQ*, dont les pieds étoient enfoncés en terre de quatre pieds de profondeur; aux deux bouts de ce banc étoient arrêtés deux crampons de fer *RR* en forme de double équerre ou d'étriers, sous lesquels passoit la pièce qui portoit les barres des tasseaux. Ces étriers étoient garnis chacun de trois vis, une en avant *S*, une en arrière *s*, & l'autre en dessus *t*: les premières servoient à mouvoir doucement la pièce de bois, parallèlement à elle-même, en avant & en arrière, suivant qu'on en avoit besoin pour caler l'instrument. Les vis *tt* d'au dessus de chaque étrier servoient à la comprimer sur le banc, & à la fixer dans la situation qu'on lui avoit une fois donnée: les deux premières vis *Ss*, destinées principalement à la faire changer de direction, concouroient aussi à l'assujétir dans celle où on vouloit la fixer.

La lunette *XY* étoit embrassée par des fourchettes de fer rivées sur le rayon *CD*. *W* représente le Micromètre adapté à la lunette pour mesurer les minutes & secondes, dont la distance de l'astre au zénith étoit, ou moindre, ou plus grande que la moitié de l'arc \*  $\alpha \omega$  tracé sur le limbe. Enfin *P* désigne le poids suspendu librement par un cheveu ou un fil de *Pite IEDC* au centre *I* de l'instrument.

\* On expliquera dans l'article suivant pourquoi l'arc tracé sur le limbe étoit double de la distance de l'astre au zénith.

## ARTICLE

## ARTICLE III.

*De l'Observatoire de Tarqui. Détermination de la valeur des parties du Micromètre. Préparatifs communs à toutes nos observations de l'amplitude de l'Arc.*

LE 29 Septembre 1739, je me rendis de *Cuenca* à *Tarqui*, où M. *Bouguer* & moi choisîmes le lieu qui nous parut le plus propre pour faire notre observation astronomique. C'étoit une grande pièce au raiz-de-chauffée, nouvellement bâtie, & destinée à faire la chapelle d'une maison de campagne à cinq lieues au Sud de *Cuenca*, & à un quart de lieue du terme austral de la seconde Base que nous venions de mesurer.

Le lendemain 30, nous examinâmes la valeur des parties du Micromètre de la lunette de douze pieds qui devoit être appliquée au Secteur. Pour cet effet nous nous transportâmes à une extrémité de la Base déjà mesurée; & ayant fait placer à l'autre extrémité deux mires, éloignées l'une de l'autre de 80 pieds, sur une ligne qui faisoit avec la Base un angle droit, & qui, par conséquent, à la distance où nous étions de 5260 toises, étoit le sinus d'un angle de  $8' 43'' \frac{2}{3}$ , nous trouvâmes que cet angle répondoit à 1196 parties du Micromètre, selon l'estime de M. *Bouguer*, & à 1193 selon la mienne. Nous primes le milieu entre ces deux nombres, & nous conclûmes que mille parties étoient la corde d'un angle de  $7' 18'' 24''$ . Sur ce fondement, je fis une Table de la

R

valeur des parties du Micromètre, & elle m'a servi depuis pour toutes les observations où la même lunette a été employée, tant cette année, que les suivantes. On voit par cette Table, qu'une partie du Micromètre répondoit à 26 tierces; c'est-à-dire, qu'il falloit presque trois parties pour faire une seconde; & cette quantité étoit, comme on vient de le voir, toute la différence que nous avons trouvée sur un angle de près de neuf minutes, M. *Bouguer* & moi, avec des yeux fort diversement conformés.

Le premier Octobre, on commença à disposer la charpente qui soutenoit le toit de notre Observatoire, pour recevoir les pièces de fer & de fonte destinées à suspendre le Secteur. Je laissai M. *Bouguer* à *Tarqui* occupé de ces préparatifs, & j'allai le 2 à *Cuenca*, pour les affaires dont j'ai parlé, & pour faire finir le limbe de notre Secteur. Le sieur *Hugo* le porta le 4 à *Tarqui*, où j'arrivai le 6 à midi, & où je trouvai l'instrument monté. Tout étoit prêt de notre part pour l'observation, lorsque le Ciel se couvrit de nuages, & se déroba pendant un assez long temps à nos regards.

L'arc que M. *Bouguer* avoit tracé s'étoit trouvé, vu l'examen qu'il en avoit fait après l'avoir terminé par deux points, plus grand que la dix-huitième partie du rayon, d'une petite quantité que M. *Bouguer* avoit évaluée.

Le 8, aidé de M. *Verguin*, je remesurai ce même arc, & je vérifiai le rapport de la corde au rayon; non que j'eusse le moindre scrupule sur la justesse d'une opération où M. *Bouguer* avoit donné tous ses soins, & dans laquelle même il avoit été secondé par M. *Verguin*, le sieur *Hugo*, & un autre aide adroit & intelligent; mais parce que me trouvant chargé de la



même commission que *M. Bouguer*, je me crus obligé de m'assurer par moi-même de tous les faits dont j'étois responsable, pour en pouvoir déposer comme témoin oculaire. Je trouvai l'excès du rayon sur la corde de l'arc, répétée dix-huit fois, le même, à  $\frac{1}{12}$  de ligne près, que *M. Bouguer* l'avoit estimé, & nous prîmes un milieu entre nos deux déterminations. Les jours suivans, nous travaillâmes à régler la Pendule par des hauteurs correspondantes, & à déterminer, puis à vérifier, par plusieurs observations, une Méridienne qui étoit marquée par un filet de cheveux noués bout à bout, tendu d'un mur de l'Observatoire à l'autre, dans une longueur de plus de 20 pieds.

Les deux extrémités de ce fil, chargées chacune d'un poids suffisant pour tendre le cheveu, portoient sur deux crampons de fer, où l'on avoit fait un trait de lime, qui servoit de repaire pour placer le fil toujours au même endroit: le cheveu ainsi tendu dans l'alignement de la Méridienne, seroit à diriger le limbe du Secteur dans le plan du Méridien; il suffisoit pour cela de rendre le limbe parallèle au fil. Cette opération se faisoit par le moyen des vis de régie *s*, *S*, qui servoient à changer la direction du limbe; & le cheveu le rafoit à une si petite distance, qu'on pouvoit, à la vue seule, juger du parallélisme. Cependant, pour nous en assurer avec plus de précision, nous nous servions d'une échelle de lignes parallèles très-fines, tirées à un quart de ligne de distance les unes des autres, & tracées sur le dos d'une carte à jouer. On présentoit le côté de cette carte alternativement aux deux extrémités du limbe, immédiatement au dessous du cheveu; & on examinoit à laquelle des lignes tracées il répondoit. On ne pouvoit guère se tromper d'une demi-division, ou de  $\frac{1}{4}$ , ce qui, vu la longueur du limbe de

Planche 111.

R ij

25 pouces, nous assuroit de sa direction, au moins à  $1\frac{1}{2}'$  près.

Comme la manière de tracer l'arc sur le limbe, & de le vérifier, fut à peu près la même dans cette première observation, & dans les autres postérieures; que le procédé en est fort simple, & qu'il n'exige point de divisions du limbe de l'instrument en degrés & en minutes: je crois qu'il est à propos de l'exposer ici avec quelque détail, & de mettre ainsi le Lecteur en état de juger de l'exactitude que nous pouvions nous en promettre.

#### ARTICLE IV.

*De l'Arc tracé sur le Secteur. Manière d'observer la distance d'une Étoile au Zénith, sans le secours des divisions ordinaires.*

L'ÉTOILE d'Orion, de la seconde grandeur, & qui nous avoit déjà servi à la vérification du Secteur par le renversement, dans le temps de nos observations des solstices, nous parut la plus propre pour la mesure de l'amplitude de l'arc du Méridien.

Comme la longueur mesurée de cet arc de trois degrés étoit presque toute au delà de l'Equateur, notre étoile, qui avoit  $1^d\ 24'$  de déclinaison australe, se trouvoit répondre vers le milieu de l'arc, & à peu près à égale distance des zéniths de ses deux points extrêmes.

Nous savions déjà aussi, soit par la mesure de nos Triangles depuis les lieux dont la latitude nous étoit connue, soit par des observations faites avec des Quarts-de-cercle ordinaires, que l'étoile devoit être éloignée du zénith de Tarqui d'environ

$1^d 41'$ ; & par conséquent que lorsque la lunette seroit pointée à l'étoile, le fil-à-plomb tomberoit à  $1^d 41'$  de l'axe de la lunette, & qu'il tomberoit à pareille distance du côté opposé lorsqu'on retourneroit l'instrument pour la vérification. Nous n'avions donc besoin, pour observer la distance de l'étoile au zénith dans les deux situations du Secteur, que d'un arc de  $3^d 22'$ , c'est-à-dire, double du précédent. Or en ouvrant les Tables des sinus, on voit qu'il ne manque que 15 secondes à cet arc pour que la corde soit précisément la dix-septième partie du rayon; & ce petit excès pouvoit facilement se mesurer avec le Micromètre. Ainsi toute la difficulté se réduisoit à trouver le moyen de tracer exactement sur le limbe de notre Secteur un arc de  $3^d 22' 15''$ , ou plutôt la corde de cet arc; c'est-à-dire, une ligne égale à la dix-septième partie du rayon\*.

Ceux qui ne se sont pas contentés d'opérer sur le papier, n'ignorent pas combien il est difficile de diviser très-exactement une ligne donnée en un certain nombre de parties sans aucun reste: ils savent qu'on ne peut se flatter d'y réussir que par un tâtonnement long & pénible; & d'autant plus long & plus difficile, que le nombre des parties de la division est plus grand. Heureusement nous n'étions pas astreints à faire le rayon de notre instrument précisément d'une certaine longueur, & la largeur de notre limbe permettoit de donner à ce rayon un pouce de plus ou de moins. C'est-là ce qui lève toute la difficulté de l'opération; au lieu de tâtonner longtemps pour trouver, par la division d'un rayon donné, la

\* Nous nous servîmes, pour les premières observations, de la  $18^e$  partie du rayon, & ensuite de la  $17^e$ : on en verra bien-tôt la raison.

## 118 MESURE DES TROIS PREMIERS

valeur d'une corde qui en soit une certaine partie aliquote, on peut procéder sûrement, en prenant pour corde une grandeur approchée de celle qu'on cherche, & en la multipliant le nombre de fois requis. Voici le détail de la manière dont nous avons toujours fait cette opération.

On ouvroit un compas à *arc-de-cercle*, ou, en termes d'Horlogerie, un compas d'*arrêt*, fait exprès pour cet usage, d'une quantité telle, qu'étant portée dix-sept fois sur le rayon depuis le centre, elle dût, à la dernière fois, tomber à quelque point de la surface du limbe. Par exemple, dans le cas dont il est ici question, on ouvroit le compas de 8 pouces 6 lignes, qui, multipliés par 17, font 12 pieds 6 lignes. Cette ouverture de compas une fois déterminée, on la rendoit invariable par le moyen d'une vis destinée à cet effet.

On portoit cette même ouverture de compas dix-sept fois, le long d'une soie tendue sur une règle de bois de plus de douze pieds de long, bien dressée & couchée horizontalement; & afin que les pointes du compas n'enfonçassent pas dans le bois, la règle étoit garnie de petites plaques de métal d'égale épaisseur, posées aux distances convenables, pour recevoir ces pointes. Cette opération ayant été répétée jusqu'à ce qu'on se fût bien assuré du point où tomboit le compas après le dix-septième intervalle parcouru, la distance comprise entre les deux points extrêmes des dix-sept intervalles, déterminoit la longueur précise du rayon du Secteur, & on mettoit à part le compas d'*arrêt* ouvert de la 17<sup>e</sup> partie de cette longueur; alors on élevoit la règle verticalement contre un mur, & avec un compas à verge de douze pieds, d'un bois léger & bien sec, on prenoit exactement entre les deux pointes de ce compas

dans cette situation verticale, la distance des deux points extrêmes marqués sur la règle. Tout cela, vû la hauteur de l'instrument, qui étoit de douze pieds, exigeoit, comme on voit, l'appareil d'une échelle assez haute, & le concours de deux personnes intelligentes. La mesure du rayon étant bien prise sur la règle entre les deux pointes du compas à verge, dont l'une pouvoit recevoir un mouvement très-doux par le moyen d'une vis, un des deux opérants transportoit ce compas toujours dans la même situation verticale, & posoit une de ses pointes sur le centre du Secteur tout monté, en soulevant le compas; tandis que le second promenoit légèrement l'autre pointe sur le limbe, & traçoit un arc de cercle. Enfin on limitoit cet arc par deux points, qu'on marquoit à égale distance de part & d'autre du rayon avec l'ouverture du compas d'arrêt, laquelle étoit restée en dépôt exprès pour cela.

Tout ceci étant bien exécuté, il est évident que si l'on place le Secteur dans le plan du Méridien, & si on l'incline en sorte que le fil-à-plomb tombe sur un des points extrêmes de l'arc tracé, que je suppose ici de  $3^{\text{d}} 22' 15''$ , la lunette se trouvera dirigée à  $1^{\text{d}} 41' 7''\frac{1}{2}$  du zénith; c'est-à-dire, à une distance égale à la moitié de l'arc; & que par conséquent l'étoile passera dans la lunette, & ne paroîtra éloignée du fil horizontal que de la petite quantité dont la distance au zénith sera ou plus petite ou plus grande que la moitié de l'arc tracé: quantité qui dans l'un & dans l'autre cas peut se mesurer exactement par le Micromètre.

J'ai supposé, pour plus de simplicité, que l'axe optique de la lunette répondoit précisément au milieu de l'arc; mais cette circonstance n'est pas nécessaire, pourvû qu'on retourne l'in-

trument, comme nous l'avons toujours pratiqué : car alors la distance au zénith est autant augmentée dans une des situations du Secteur, qu'elle est diminuée dans l'autre ; & la moitié de la Somme des deux distances est la vraie.

Nous avons quelquefois observé la distance de la même étoile au zénith sur deux différens arcs, tracés par la méthode précédente ; ce qui faisoit l'effet de deux instrumens différens. *A Tarqui*, par exemple, nous observâmes les premiers jours avec un arc de  $3^d\ 11'5''\frac{1}{2}$ , dont la corde étoit à peu près la dix-huitième partie du rayon, & qui avoit été tracé par *M. Bouguer* d'abord en arrivant, avant que de s'être bien assuré de la latitude du lieu. Pour faire passer l'étoile plus près du centre de la lunette, nous traçâmes depuis un nouvel arc de  $3^d\ 22'15''$ , dont la corde étoit exactement la dix-septième partie du rayon.

C'est ainsi qu'en traçant à chaque différente distance au zénith que nous observions, un nouvel arc dont la corde étoit sous-multiple du rayon, nous avons suppléé par un moyen fort simple, au défaut d'un instrument aussi parfait que le Secteur de *M. Graham*, duquel les Académiciens, qui ont fait le voyage de Lapponie, ont eu l'avantage de se servir. D'ailleurs, la division en degrés & minutes, dans laquelle la probabilité des erreurs croît à proportion de la difficulté, & du nombre des opérations, nous étoit inutile. Nous n'avions besoin que d'un seul arc à chaque fois, & notre manière de le tracer portoit avec elle sa vérification. J'ignore si ce moyen de se servir d'une partie aliquote du rayon, pour tenir lieu de graduation sur un instrument, a été pratiquée en d'autres occasions. C'est à *M. Godin* que j'en ai ouï parler le premier, avant  
notre

notre départ de France. M. *Cassini de Thury* l'a aussi proposée en 1736. L'usage de cette méthode semble d'abord borné à la mesure des arcs dont les cordes sont sous-multiples du rayon ; mais il peut s'étendre beaucoup plus loin à l'aide du Micro-mètre, dont l'application aux instrumens astronomiques est dûe à M. le Chevalier de *Louville*, & est, sans contredit, une des plus utiles inventions de l'Astronomie moderne.

*Mém. de  
l'Académie,  
1736, page  
209.*

## ARTICLE V.

*Des différentes observations astronomiques faites dans la Province de Quito, pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien.*

JE ne rappellerai point ici l'histoire de nos observations astronomiques, destinées à conclurre l'amplitude de l'arc du Méridien, ni les motifs qui nous ont engagés à les répéter à diverses reprises, en différens temps, & en différens lieux. Je les ai suffisamment expliqués dans l'Introduction historique, qui est à la tête de cet ouvrage.

Je ne destine cet article qu'à exposer l'ordre, le temps & le lieu de ce grand nombre d'observations dont je donnerai le détail, le résultat & la critique dans les articles suivans. Je ne fais ici que les mettre sommairement sous les yeux du Lecteur, pour prévenir les équivoques, & la confusion que la multiplicité de ces observations pourroit occasionner.

### *Premières observations à Quito en 1737.*

L'étoile  $\epsilon$  d'*Orion*, qui n'étoit éloignée du zénith de *Quito* que de  $1^d\ 10'$ , nous ayant paru propre à vérifier l'erreur de

la position de la lunette de notre Secteur, après l'observation des deux solstices de Décembre 1736 & Juin 1737, nous observâmes, M. Godin, M. Bouguer & moi, en Janvier & Juillet 1737, la distance de cette étoile au zénith. Nous n'avions pas alors pour but de faire servir ces observations à la détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien; cependant comme elles peuvent être employées à cet usage, je crois devoir les rapporter ainsi que les autres. Quant à leur détail, je n'en ferai qu'un article avec les autres observations faites à Quito en 1740, 1741 & 1742.

*Premières observations au Sud de la Méridienne,  
à Tarqui, en 1739.*

Nous commençâmes le 18 Octobre 1739 nos premières observations pour l'amplitude de l'arc du Méridien, au Sud de la Méridienne, à *Tarqui*, cinq lieues au delà de *Cuenca*, par 3<sup>d</sup> 5' de latitude australe: elles durèrent jusqu'au 13 Janvier 1740. Dans cet intervalle de temps, nous fîmes trois Suites d'observations indépendantes l'une de l'autre. J'entends ici par Suite, un nombre suivi d'observations de la même étoile, faites dans les deux situations du Secteur, dirigé alternativement au Nord & au Sud; & j'appelle Suites indépendantes, celles qui sont distinguées l'une de l'autre, par quelque changement, ou fait ou survenu à l'instrument, dans l'intervalle des deux Suites; soit en démontant le Secteur, soit en traçant un nouvel arc, soit en changeant la situation de la lunette, ou celle de l'objectif.

Outre l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion*, nous observâmes alors & ordinairement depuis, deux autres étoiles,  $\theta$  d'*Antinoüs*, &  $\alpha$  du *Verseau*;



mais comme  $\epsilon$  d'*Orion* est celle que nous avons suivie le plus constamment, que c'est celle dont nous avons un plus grand nombre d'observations, & la seule qui nous en ait fourni aux deux extrémités de l'arc de correspondantes & simultanées, dont nous sommes convenus de déduire la valeur du degré du Méridien; je ne donnerai le détail que de celles de cette étoile.

*Premières observations au Nord de la Méridienne ,  
à Cotchefqui, en 1740.*

De *Tarqui* nous passâmes, M. *Bouguer* & moi, à l'extrémité australe de la Méridienne, en un lieu appelé *Cotchefqui*. Nous commençâmes à y observer le 19 Février 1740, & nous cessâmes le 25 Avril suivant.

*Secondes observations à Quito en 1740 & 1741.*

M. *Bouguer* fit remonter à *Quito* le même Secteur qui nous avoit servi aux deux extrémités de l'arc du Méridien, & observa en son particulier à *Quito*, la distance de la même étoile, ou des trois étoiles au zénith, au mois de Sept. 1740.

Il recommença & termina une nouvelle Suite d'observations au mois d'Octobre suivant; je n'ai eu communication que du résultat de cette Suite, non plus que de celui de la précédente.

J'observai aussi en mon particulier dans le même lieu, après avoir remesuré l'arc & la corde, la distance de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith, au mois de Novembre, & jusqu'au 30 Décembre de la même année. Je ne pus apercevoir les deux autres étoiles, qui passaient de jour: les mauvais temps, les

pluies, & d'autres obstacles traversèrent beaucoup cette observation, qui ne fut pas même terminée.

Le 30 Décembre, M. *Bouguer* changea la lunette de longueur, pour l'accommoder à sa vûe, & recommença une nouvelle Suite d'observations qui dura jusqu'au 2 Février 1741.

Il s'en faut 14 à 15 minutes que *Quito* ne soit à l'extrémité septentrionale de l'arc du Méridien dont nous avons mesuré la longueur; mais la distance entre le Parallèle de la latitude de *Quito*, & celui de *Cotchesqui*, terme nord de notre Méridienne, étant connue en toises, les observations de *Quito* peuvent être rapportées à celles qui ont été faites au Nord de la Méridienne.

Je ne mets point en ligne de compte les observations que je fis à *Quito*, pendant une grande partie de l'année 1741, des trois mêmes étoiles, & de plusieurs autres, avec une lunette fixe de 15 pieds. Le but de ces observations étoit seulement d'examiner les changemens de distance au zénith, & non les distances absolues, que je n'eusse pû conclurre qu'en retournant la lunette: ce qui n'étoit pas possible dans le cas présent, puisqu'elle étoit scellée dans un mur avec deux bras de fer.

*Secondes observations au Sud de la Méridienne,  
à Tarqui, en 1741.*

Pendant que j'observois à *Quito* les variations apparentes de ces étoiles, suivant nos conventions, M. *Bouguer* retourna *Tarqui* au mois de Février 1741, & y fit, à différentes reprises, un grand nombre d'observations de leurs distances au zénith: elles composent cinq Suites différentes. Il commença le 5 Mars, & finit d'observer le 4 Décembre 1741.

*Troisièmes & dernières observations à Quito en 1742.*

Je me préparai à la répétition que j'allois faire, après M. Bouguer, à Tarqui, au Sud de la Méridienne, de nos anciennes observations de 1739, par celles que je fis à Quito en 1742, avant mon départ pour Tarqui, de nos trois étoiles, depuis le 5 Mai jusqu'au 31 Juillet. & d'Orion passoit au Méridien en plein jour; je ne perdis cette étoile de vûe, que lorsqu'elle passa à une heure & demie après midi, & je la revis à dix heures & demie du matin, quand elle eut devancé le Soleil. Je ne cessai d'observer que lorsqu'il me fallut démonter le Secteur pour l'envoyer à Tarqui.

*Troisièmes & dernières observations au Sud de la Méridienne, à Tarqui, en 1742 & 1743, correspondantes à celles de Cotchesqui, & simultanées.*

Je me rendis à Tarqui à la fin de Septembre 1742. Ce ne fut qu'à la fin de Novembre que je pus commencer à y observer utilement; je continuai mes observations jusques en Mars & Avril 1743.

*Secondes & dernières observations au Nord de la Méridienne, à Cotchesqui, en 1742 & 1743, correspondantes à celles de Tarqui, & simultanées.*

Pendant que j'observois seul à Tarqui en 1742, M. Bouguer répétoit au Nord de la Méridienne, avec un nouveau Secteur, les observations que nous y avions faites ensemble en 1740 avec celui qui me servoit actuellement à Tarqui. M. Bouguer avoit commencé à observer à Cotchesqui dès le mois d'Août 1742, & il finit au mois de Janvier 1743.

Dans cet intervalle de temps, nous eûmes plusieurs observations correspondantes de la même étoile, faites les mêmes nuits & à la même heure aux deux extrémités de l'arc.

Ce sera uniquement de ces dernières observations, faites dans le même temps aux deux bouts de la Méridienne, que je tirerai, comme nous en sommes convenus, *M. Bouguer* & moi, la valeur du degré du Méridien; mais ce ne sera qu'après avoir examiné le degré de confiance que mérite chacune de nos diverses Suites d'observations, & avoir exposé les raisons que nous avons eues de rejeter les anciennes, faites successivement aux deux extrémités de l'arc (sur-tout celles de *Tarqui* de 1739) pour nous en tenir aux observations simultanées de 1742 & 1743. Je ferai voir aussi que toutes les autres, à l'exception de celles de *Tarqui* en 1739, ne diffèrent guère dans leur résultat, de celui des observations simultanées, qui méritent la préférence à tous égards.

Pour mettre le Lecteur à portée de comparer facilement nos diverses observations, j'en donnerai autant de Tables, que nous avons fait d'observations différentes; & je réduirai chacune en particulier au temps des observations simultanées, en prenant pour leur époque le premier Janvier 1743.

Cette réduction servira à faire mieux juger de la justesse des observations, par leur plus ou moins de conformité. On verra, par exemple, que telle observation qui paroîssoit différer de 8 secondes d'une autre de la même Suite, & faite deux mois auparavant, en diffère à peine d'une seconde après la réduction; & réciproquement, que celles qui paroîssoient le mieux s'accorder, sont quelquefois celles qui, réduites à la même époque, diffèrent le plus entr'elles.

J'emploie pour cette réduction trois équations différentes.

La première, pour corriger le changement que cause dans la hauteur de l'étoile, la précession des Equinoxes, qui est l'effet de la révolution de l'axe de la Terre autour des Poles de l'Ecliptique. Cette équation est connue depuis plusieurs siècles, & tous les Astronomes sont d'accord, à très-peu près, sur la quantité; sur-tout pour de courts intervalles de temps: je l'ai supposée d'un degré en 72 ans.

La seconde équation, qui est celle qu'exige l'aberration de la lumière, est due aux observations délicates, & aux subtiles recherches de M. *Bradley*, dont l'ingénieuse théorie, exposée dans les Transactions philosophiques, ann. 1728, n.° 406, traitée par M. *Manfredi* dans les Commentaires de l'Institut de Boulogne en 1730, & étendue par M. *Clairaut* dans les Mémoires de l'Académie de 1737, est aujourd'hui adoptée par tous les Astronomes.

La troisième équation est celle qui résulte de la nutation de l'axe de la Terre; c'est encore une découverte de M. *Bradley*, mais plus récente que la précédente. L'une & l'autre ont été également confirmées par les observations de M. le *Monnier*, faites avec le Secteur de M. *Graham*, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1745. On peut voir l'exposé de cette nouvelle théorie dans l'extrait du Mémoire de M. *Bradley* par M. l'Abbé de la *Caille*, publié dans les Mémoires de *Trévoux* du mois d'Octobre 1748.

En réduisant, comme je l'ai fait, toutes les observations jour par jour, je ne laisse aucun doute au Lecteur, qui a sous les yeux les élémens du calcul, & qui peut les vérifier aisément, ainsi que les conséquences que j'en tire.

La distance apparente de l'étoile au zénith se conclut en ajoutant au demi-arc, qui a servi à l'observation, la quantité moyenne observée avec le Micromètre, dans les deux situations inverses du Secteur. Si cette quantité est négative, il faut la soustraire du demi-arc, au lieu de l'y ajouter.

---

## ARTICLE VI.

*Premières observations à Tarqui, extrémité australe de la Méridienne, en Novembre & Décembre 1739, & Janvier 1740.*

JE ne puis rendre un compte plus exact de nos premières observations à *Tarqui*, ni mettre dans un plus grand jour les attentions avec lesquelles nous procédâmes dès ce premier travail, qu'en donnant ici la copie du procès verbal même que *M. Bouguer* dressa de ces observations, & qu'il fit certifier par un Notaire à *Cuenca*, aussi-tôt qu'elles furent terminées, au mois de Janvier 1740. On en jugera mieux combien de semblables opérations sont délicates, & combien il est difficile, en pareil cas, d'éviter l'erreur; puisque, malgré toutes nos précautions, nous ne pûmes nous en garantir dans ce premier essai.

*Procès verbal des observations faites à Tarqui en 1739.*

C'est *M. Bouguer* qui parle.

« Nous trouvant obligés, *M. de la Condamine* & moi, de  
 » faire à part les observations astronomiques, qui doivent ap-  
 » prendre en parties de la circonférence de la Terre, la valeur  
 » de l'arc du Méridien, dont nous avons déjà mesuré la valeur  
 en

en toises; nous nous déterminâmes à faire la première de ces « observations dans une maison de campagne appartenante à « N. . . . . , située dans un des enfoncemens de la « plaine de *Tarqui*, dans laquelle nous avons mesuré la Base « dont nous avons déjà communiqué la longueur actuelle, de « même que la situation, à M. *Godin*, en lui faisant part des « angles de tous les Triangles qui servent à la lier avec les « autres stations de la Méridienne. L'endroit de cette maison, « que nous avons choisi, est éloigné de notre Base de cinq « cens trente toises & demie du côté de l'orient, sur une per- « pendiculaire qui rencontre la Base à treize cens cinquante- « trois toises de son extrémité australe. Cet endroit est une Salle « fermée, dans laquelle nous avons fait faire un retranchement « avec des nattes, afin d'être encore plus dispensés de mettre « un garde-filet au fil-à-plomb, ou de faire descendre, comme « nous le faisons quelquefois à *Quito* à l'observation de l'obli- « quité de l'Ecliptique, le plomb dans un vase plein d'eau. « L'instrument, qui est formé de diverses règles de fer, & « qui a douze pieds de rayon, se trouva entièrement monté « dès le commencement d'Octobre dernier. Nous avons véri- « fié, M. de la *Condamine* & moi, en nous servant de toute la « longueur de notre Base, la valeur des parties du Micromètre, « que j'avois déjà examinée en particulier, en comparant le jeu « de ce Micromètre avec la longueur d'environ onze pieds « onze pouces du foyer de l'objectif. Nous avons disposé la « lunette parallèlement au rayon, en l'ajustant sur un objet éloi- « gné, auquel on visoit par le limbe & par le centre; nous « nous étions aussi assurés que les soies du Micromètre étoient « perpendiculaires au limbe; puisqu'elles convenoient avec un «

T.

» fil-à-plomb suspendu à une assez grande distance, pendant  
 » que l'instrument étoit couché, & le limbe mis de niveau.  
 » Enfin nous avons marqué avec le plus grand soin, & en  
 » prenant pour corde la dix-huitième partie du rayon, avec une  
 » petite fraction que nous discutâmes scrupuleusement, un arc  
 » de  $3^d 11' 1\frac{1}{2}''$ , vers le milieu duquel répondoit la lunette; &  
 » nous avons outre cela une Pendule déjà réglée par des hau-  
 » teurs correspondantes que chacun de nous avoit prises, & que  
 » M. Verguin a ensuite principalement continué de prendre.  
 » Ainsi tout ce qui dépendoit de nous étoit entièrement dis-  
 » posé, & il ne nous manquoit plus qu'un ciel favorable pour  
 » l'observation.

» Diverses considérations, qu'il est inutile de rapporter ici,  
 » nous avoient invité à nous servir de l'étoile de la seconde  
 » grandeur, qui est au milieu de la ceinture d'*Orion*, & que  
 » Bayer a désignée par  $\epsilon$ . Mais le temps, qui de jour ne nous  
 » accordoit qu'à peine quelques hauteurs pour régler la Pen-  
 » dule, nous étoit encore plus contraire de nuit; & pendant  
 » plus d'un mois, nous n'avons fait autre chose que reconnoître  
 » les changemens qu'il falloit faire à la direction de l'instrument, &  
 » nous assurer ensuite, qu'il étoit exactement dans le plan du Mé-  
 » ridien. Nous remarquâmes aussi quelque défaut de solidité dans  
 » le Micromètre, à quoi il nous fallut remédier; ce qui nous fit  
 » perdre quelques observations dont nous étions contents.

» Nous dirigeâmes l'instrument par le moyen d'une Méri-  
 » dienne, tracée avec exactitude, & indiquée par un assemblage  
 » de cheveux, long de plus de dix-huit pieds, & tendu, quand  
 » nous l'avons voulu, d'un côté de l'observatoire à l'autre sur  
 » deux petits crampons attachés aux murailles opposées : cette



précaution nous a valu la facilité d'examiner chaque jour si « le limbe, qui a environ 25 pouces de longueur, étoit exacte- « ment parallèle à la Méridienne, en mesurant scrupuleuse- « ment la distance de l'un à l'autre avec une échelle divisée en « très-petites parties; & nous avons pu, lorsque nous avons « tourné & retourné l'instrument, le remettre infailliblement « dans la même direction à moins d'une demi-minute près. « J'avois aussi reconnu le 27 & le 29 d'Octobre, en comparant « par la Trigonométrie sphérique, l'instant auquel j'avois observé « du côté de l'orient des hauteurs de  $\theta$  d'*Antinoïs* & de  $\epsilon$  « d'*Orion*, avec l'instant que ces étoiles passèrent par le fil ver- « tical de la lunette, que ces passages se firent au temps même « de la médiation; & M. de la *Condamine* trouva la même chose « par des hauteurs correspondantes, qu'il réussit à obtenir la « nuit du 10 au 11 Novembre. »

L'étoile que nous avons choisie étant éloignée du zénith « de notre observatoire de *Tarqui* vers le Septentrion, d'envi- « ron 1 degré 40  $\frac{1}{2}$  minutes, notre manière d'opérer devant nous « fournir immédiatement le double de cette distance, l'arc de « 3<sup>d</sup> 11' 1 $\frac{1}{2}$ " se trouvoit trop petit. Le Micromètre nous a fourni « le surplus de chaque côté pendant que nous avons fait tomber « successivement le fil-à-plomb sur les deux termes de l'arc. « Voici ces excès tels que nous les avons obtenus, M. de la « *Condamine* & moi: nous étions convenus d'observer alterna- « tivement, & nous avons cependant presque toujours eu le « loisir de regarder l'un & l'autre dans la lunette à chaque ob- « servation. »

# 132 MESURE DES TROIS PREMIERS

*Premières observations de la distance de l'étoile ε d'Orion au zénith de l'observatoire de Tarqui, faites par le moyen d'un arc de 3<sup>d</sup> 11' 1<sup>''</sup> $\frac{1}{2}$ .*

*Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'orient.*

Le 12 Novembre 1739. . . . . 1055 parties microm. additives.

Le 13 Nov. . . . . 1054

*Le limbe étant tourné vers l'occident, & l'instrument calé sur l'autre terme de l'arc.*

Le 15 Novembre. . . . . 318 parties additives.

Le 19 Nov. . . . . 314

Le 27 Nov. . . . . 318

« Selon ces observations, l'arc marqué sur le limbe étoit trop petit d'un peu plus de 1371 parties du Micromètre, qui valent 10' 1<sup>''</sup>; & par conséquent la distance apparente de l'étoile ε d'Orion au zénith, étoit au mois de Novembre dernier, de 1<sup>d</sup> 40' 31<sup>''</sup>.

» Cette détermination étant achevée, nous voulûmes pousser la certitude plus loin, & que les quantités fournies par le Micromètre devinssent soustractives, d'additives qu'elles étoient, ou que la lunette fût pointée au dessous de l'étoile, au lieu d'être pointée en dessus; afin que les nouvelles observations fussent absolument indépendantes des premières. Nous marquâmes pour cela sur le limbe un intervalle, dont la corde étant exactement la dix-septième partie du rayon, étoit de 3<sup>d</sup> 22' 15<sup>''</sup>. Cet arc étant trop grand, & les quantités que devoit fournir le Micromètre, négatives, les petites erreurs, s'il y en avoit, & qui pouvoient venir, ou du Micromètre, ou de la disposition de la lunette, devoient nécessairement se trouver en sens contraires, & se manifester par conséquent mieux. Nous craignons, en opérant trop servilement de la

même manière, de faire naître dans nos résultats une confor-  
mité qui nous trompât; au lieu que nous n'étions pas fâchés,  
& nous nous le proposons même, d'y apercevoir, s'il le  
falloit, des différences qui pussent nous instruire.

*Secondes observations, faites par le moyen d'un arc  
de 3<sup>d</sup> 22' 15".*

*Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'occident.*

Le 8 Décembre 1739. . . . . 65  $\frac{1}{2}$  parties microm. négatives.  
Le 9 . . . . . 65  $\frac{1}{4}$   
Le 12. . . . . 64  $\frac{1}{2}$

*Le limbe étant tourné vers l'orient, & l'instrument calé sur l'autre  
extrémité de l'arc.*

Le 13 Décembre matin . . . . . 72 parties microm. négatives.  
Le 13 Décembre soir. . . . . 72

*Le limbe retourné vers l'occident.*

Le 14 Décembre. . . . . 70 parties microm. négatives.

Ces secondes observations nous apprennent que le nouvel  
arc étoit trop grand de 138 parties du Micromètre, qui va-  
lent 1'  $\frac{1}{2}$ ", & que la distance de l'étoile au zénith est de 1<sup>d</sup>  
40' 37"; & si on prend le milieu entre les deux résultats pré-  
cédens, il vient 1<sup>d</sup> 40' 34" pour la distance apparente dont  
il s'agit.

Mais cette différence de 6 secondes, qui se trouve dans  
nos deux conclusions, & dont une partie doit être attribuée à  
des erreurs qui ne sont erreurs que parce que nous n'en savons pas  
précisément la cause, peut venir aussi un peu de quelque paral-  
laxe que nous avons remarqué dans les fils du Micromètre;  
& qui nous avoit obligé de mettre un diaphragme proche de l'œil.  
Quoique l'incertitude que causât ce défaut, lorsqu'on prend

» le milieu entre les deux déterminations, ne fût que de 3",  
 » & qu'il n'en tombât que le tiers (une seconde) sur la gran-  
 » deur du degré terrestre, nous avons cru que nous ne devions  
 » pas, dans une circonstance si importante, négliger de le cor-  
 » riger, puisque nous le connoissions. Le quinze Décembre, en  
 » touchant seulement au porte-objectif, j'accourcis la lunette  
 » d'environ une ligne; & l'observation faite le lendemain m'ayant  
 » appris, par une moindre parallaxe qu'avoient encore les fils,  
 » mais en sens contraire, que j'avois produit un trop grand  
 » accourcissement, je travaillai le 17 à en détruire une partie: la  
 » lunette, de cette sorte, n'a pas été raccourcie d'une ligne, &  
 » ce changement n'a pu en apporter aucun de sensible dans la  
 » valeur des parties du Micromètre, comme il est facile de  
 » s'en convaincre, sur-tout à l'égard de la petite quantité que  
 » nous avions à mesurer. Mais soit qu'en touchant à la lunette,  
 » je lui eusse donné quelque facilité à se déranger, ou soit que  
 » l'instrument eût reçu quelque coup entre les observations,  
 » nous avons ensuite eu le chagrin de ne pas profiter de plu-  
 » sieurs belles nuits qu'il a fait pendant le reste du mois de  
 » Décembre. Il seroit inutile de faire ici le détail de tous les  
 » accidens qui nous sont arrivés. C'est principalement dans cette  
 » rencontre que nous avons éprouvé combien étoit prudente  
 » la résolution que nous avons prise dès les commencemens,  
 » de faire des observations indépendantes les unes des autres,  
 » pour voir si elles donnoient le même résultat; de changer  
 » même l'état de l'instrument, & de le tourner plusieurs fois  
 » dans le cours des observations. Cette attention, qui devient  
 » plus nécessaire à mesure que l'instrument est plus grand, &  
 » qu'il est formé d'un plus grand nombre de pièces, devoit

nous apprendre si le nôtre, qui a une brisure au milieu du « rayon, & dont les deux parties sont jointes par plusieurs vis « & plusieurs clavettes, souffroit quelque dérangement, malgré « ce que nous avons fait pour le rendre solide, & les précau- « tions presque superstitieuses avec lesquelles nous le touchions. « Enfin après l'avoir examiné une dernière fois depuis le haut « jusqu'au bas le 29 Décembre, & nos soupçons ne pouvant « tomber que sur la lunette, quoiqu'elle fût arrêtée en trois en- « droits, nous lui fîmes diverses ligatures avec du fil de fer assez « fort; ce qui nous a valu les observations suivantes. «

*Troisièmes observations, faites par le moyen de l'arc  
de 3<sup>d</sup> 22' 15"*

*Le limbe vers l'occident.*

Le 30 Décembre 1739 . . . . . 75  $\frac{1}{2}$  parties microm. négatives.

*Le limbe tourné vers l'orient.*

Le 2 Janvier 1740 . . . . . 83 parties microm. négatives.

*Le limbe retourné vers l'occident.*

Le 6 Janvier 1740 . . . . . 60 parties négatives.

Le 9 Janv. . . . . 62

Il suit de ces observations, que l'arc de 3<sup>d</sup> 22' 15" est « trop grand de 149 parties, qui valent 1' 5"; & la distance « de l'étoile au zénith est donc de 1<sup>d</sup> 40' 35". Cette troisième « détermination tient le milieu entre les deux, 1<sup>d</sup> 40' 31" & « 1<sup>d</sup> 40' 37", que nous avons déjà trouvées en même temps « qu'elle est plus voisine de la seconde: aussi regardions-nous les « deux premières comme deux espèces de limites; nous ne « doutions pas que si l'une péchoit en excès, l'autre ne le fit « en défaut, & nous devions, outre cela, ajouter plus de foi «

### 136 MESURE DES TROIS PREMIERS

» à la seconde, puisque le Micromètre n'est jamais plus exact  
 » que lorsqu'il mesure de plus petites quantités. Enfin on peut  
 » maintenant, sans que cela apporte guère plus d'une demi-se-  
 » conde de différence sur la grandeur du degré terrestre, prendre  
 » le milieu entre les trois résultats, ou le prendre seulement entre  
 » les deux derniers. Ce second parti nous paroissant préférable,  
 » nous nous arrêtons à  $1^d 40' 36''$  pour la distance apparente dont  
 » l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* est éloignée du zénith de notre observatoire de  
 » *Tarqui*, du côté du Septentrion, à la fin de 1739; & ajoutant  
 » une seconde pour la réfraction, il nous vient  $1^d 40' 37''$  pour  
 » la distance vraie. FAIT à *Tarqui*, le dix Janvier mil sept cens  
 quarante. *Signé BOUGUER*»; & ensuite est écrit:

» Je certifie la vérité des faits contenus dans le rapport pré-  
 » cédent. Je n'ai pû assister à quelques-unes des opérations pré-  
 » paratoires, dont il est fait mention au commencement de  
 » cet écrit; mais j'en ai eu connoissance dans le temps, & de  
 » plus, j'ai remesuré le 8 Octobre dernier la valeur du premier  
 » arc, tracé en mon absence, de  $3^d 11' 1''$ , en comparant la  
 » corde à la longueur du rayon, & nos mesures se sont accor-  
 » dées dans la demi-seconde. Nous répétâmes encore cette véri-  
 » fication ensemble avant que de marquer le nouvel arc, dix-  
 » septième partie du rayon, dont nous nous sommes servis dans  
 » nos deux dernières Suites d'observations. La nuit du 10 au 11  
 » Novembre, j'eus plusieurs hauteurs correspondantes de l'étoile  
 »  $\epsilon$  d'*Orion*, qui nous assurèrent qu'elle passoit par le fil vertical  
 » de la lunette à une seconde près de l'heure vraie de la média-  
 » tion: le reste a été fait ensemble, & de concert, à *Tarqui*,  
 » le onze Janvier 1740. La santé de M. *Bouguer* l'ayant obligé  
 » de presser son départ, & nos observations étant ainsi terminées;  
 j'ai

j'ai souhaité d'avoir, avant que de démonter l'instrument, encore une distance de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith, en retournant le limbe une seconde fois du côté de l'orient, pour servir de confirmation à celle du 2 Janvier, la seule que nous avions dans cette situation du limbe pendant le cours de nos troisièmes observations. Le 13 Janvier au soir, aidé de *M. Verguin*, j'observai la distance au zénith de la même étoile  $\epsilon$ , de 95 parties du Micromètre négatives, au lieu de 83 que nous avions trouvées le 2 Janvier. En prenant le milieu de cette dernière observation, dont j'ai été content, & de celle du 2 Janv. dont nous le fûmes aussi, & qui diffèrent entr'elles de cinq secondes, la distance de l'étoile au zénith, tirée de nos troisièmes observations, se trouvera diminuée d'une seconde un quart. Cette distance fera, à un quart de seconde près, moyenne entre celle qui résulte de nos premières & secondes observations, & elle ne changera le résultat ci-dessus adopté, que d'environ une demi-seconde. Avant que de démonter l'instrument, nous avons repris, *M. Verguin* & moi, la mesure du rayon, & celle de la corde de l'arc, que nous avons trouvée être exactement la dix-septième partie du rayon : cette corde, prise avec l'ouverture d'un compas à arc à plusieurs reprises, & portée dix-sept fois d'un bout à l'autre du rayon, excédoit à la dernière fois le rayon de  $\frac{28}{100}$  de ligne, ou les  $\frac{2}{5}$  d'une partie égale de mon compas de proportion. FAIT à *Tarqui*, le 15 J.<sup>er</sup> matin 1740. Signé LA CONDAMINE;

*& plus bas est encore écrit :*

Je soussigné, certifie la vérité de tous les faits rapportés ci-dessus, tant pour avoir assisté à tout, que pour y avoir aidé. J'ai aussi eu le loisir de régarder à la lunette dans presque toutes les observations, & j'ai vu l'étoile suivre le fil du Micromètre. FAIT à *Tarqui*, le 15 J.<sup>er</sup> 1740. Signé VERGUIN.

## ARTICLE VII.

Table d'observations de l'Etoile  $\epsilon$  d'Orion,

Faites en commun à Tarqui en 1739, réduites au premier Janvier 1743.

Première Suite d'observations, faites par le moyen d'un Arc de  $3^d 11' 1'' 2$ , dont la corde étoit de  $4''$  plus grande que la  $18^e$  partie du rayon.

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre	EQUATIONS POUR LA			REDUCTION au 1 Janvier 1743.	QUANTITES moyennes.	RESULTAT.
			Précision des Equisones.	Aberation de la Lumière.	Notation de l'Arc rectifié.			
Le limbe tourné à l'orient.	12 Nov. 1739.	+ 7' 42",5	+ 9",9	- 6",9	+ 8",7	+ 7' 54",2	+ 7' 54",0	+ 0 <sup>d</sup> 10' 25",5
	13	+ 7 42, 1	+ 9, 9	- 6, 8	+ 8, 7	+ 7 53, 9		
à l'occident.	15	+ 2 19, 4	+ 9, 9	- 6, 6	+ 8, 7	+ 2 31, 4	+ 2 31, 5	
	19	+ 2 17, 7	+ 9, 9	- 6, 1	+ 8, 7	+ 2 30, 2		
	27	+ 2 19, 4	+ 9, 8	- 5, 1	+ 8, 7	+ 2 32, 8		

Arc du Secteur . . . . . 3 11 1,2

Double distance observée au Zénith . . . . . 3<sup>d</sup> 21' 26",7Premier Résultat. Distance apparente de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Tarqui du côté du Nord,  
conclue pour le 1<sup>er</sup> Janvier 1743. . . . . 1 40 43,3Seconde Suite d'observations faites avec un Arc de  $3^d 22' 15''$ , dont la corde étoit la 17<sup>e</sup> partie du rayon.

à l'occident.	8 Déc. 1739.	- 28",7	+ 9",6	- 3",6	+ 8",5	- 14",2	- 0' 14",2	- 0 <sup>d</sup> 0' 30",6
	9	- 28",7	+ 9",6	- 3",4	+ 8",5	- 14",0		
	12	- 28",3	+ 9",6	- 3",0	+ 8",5	- 13",2		
	14	- 30",7	+ 9",6	- 2",7	+ 8",5	- 15",3		
à l'orient.	13 matin.	- 31",6	+ 9",6	- 2",9	+ 8",5	- 16",4	- 0 16",4	
	13 soir.	- 31",6	+ 9",6	- 2",9	+ 8",5	- 16",4		

Arc du Secteur . . . . . 3 22 15

Double distance observée au Zénith . . . . . 3<sup>d</sup> 21' 44",4Second Résultat. Distance apparente de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Tarqui du côté du Nord,  
conclue pour le 1<sup>er</sup> Janvier 1743. . . . . 1 40 52,2

Troisième Suite d'observations avec le même Arc, après avoir changé la situation de l'Objectif.

à l'occident.	30 Déc. 1739.	- 33",0	+ 9",5	- 0",3	+ 8",4	- 15",4	- 0' 10",4	- 0 <sup>d</sup> 0' 30",7
	6 Janv. 1740.	- 26",3	+ 9",5	+ 0",8	+ 8",4	- 7",6		
	9	- 27",2	+ 9",4	+ 1",2	+ 8",4	- 8",2		
à l'orient.	2 Janv. 1740.	- 36",4	+ 9",5	+ 0",1	+ 8",4	- 18",4	- 0 20",3	
	13	- 41",7	+ 9",4	+ 1",7	+ 8",4	- 22",2		

Arc du Secteur . . . . . 3 22 15

Double distance observée au Zénith . . . . . 3<sup>d</sup> 21' 44",3Troisième Résultat. Distance apparente de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Tarqui du côté du Nord,  
conclue pour le 1<sup>er</sup> Janvier 1743. . . . . 1 40 52,1



*Remarques sur les observations de la Table précédente.*

Dans la Table qui précède, chaque trait horizontal qui coupe la colonne des dates des observations, sert à indiquer que le Secteur a été retourné dans l'intervalle des deux observations séparées par le trait. Le reste de la Table parle assez aux yeux, & n'a pas besoin d'explication.

On voit par cette Table, que les observations faites en 1739 à *Tarqui*, étant réduites à l'époque du premier Janvier 1743, le premier des trois résultats diffère des deux suivans de 9"; au lieu que la différence n'est réputée que de 6" dans le procès verbal, qui a été dressé dans un temps où les loix de l'aberration de la lumière nous étoient inconnues.

On voit aussi que le second & le troisième résultats, qui paroissent, suivant le même procès verbal, différer entr'eux de deux ou de trois secondes, selon qu'on tenoit compte ou non de l'observation du 13 Janvier 1740, s'accordent à moins d'une seconde, depuis que les équations ont été appliquées.

En général, les équations employées pour la réduction de ces observations, au premier Janvier 1743, les rapprochent de quelques secondes du résultat de nos observations simultanées, à l'époque desquelles je les ai réduites. Mais la distance de l'étoile au zénith, tirée de celles que j'examine ici, est, toute déduction faite, encore trop grande de 27 à 28 secondes par le premier résultat, & de 18 par le second; en sorte que l'erreur moyenne est de  $22\frac{1}{2}$  au moins.

L'état d'imperfection où étoit alors notre Secteur; la facilité à se déranger quand on le retournait, de quoi nous nous sommes plusieurs fois convaincus depuis; les divers défauts

que nous y remarquâmes dès-lors, & que j'examinerai plus en détail; la différence de 9 secondes entre le premier résultat & les deux derniers; celle de 7 secondes entre l'observation du 30 Décembre 1739 & celle du 6 Janvier 1740, employées dans le dernier résultat: enfin, & plus que tout le reste, la distance de la même étoile au zénith, trouvée constamment de 20 & tant de secondes plus grande par M. *Bouguer* pendant sept à huit mois en 1741, en observant sur différens arcs; & par moi pendant autant de temps en 1742 & 1743, avec un nouvel arc & un nouveau rayon, & en prenant les nouvelles précautions qui seront expliquées; tout cela est plus que suffisant pour nous assurer que l'erreur est certainement dans les observations de 1739. Mais il reste à en démêler la source. Les erreurs, dont il est permis d'ignorer la cause, doivent varier en plus & en moins: si celle dont il s'agit ici étoit de cette espèce, il n'y a nulle vrai-semblance que cette erreur eût été constante pendant le cours de plusieurs mois; & que trois différentes Suites d'observations, indépendantes l'une de l'autre, faites sur différens arcs avec une lunette dont l'objectif a été changé de place, & avec un instrument tourné & retourné plusieurs fois en sens contraire, se fussent accordées à donner une distance au zénith inégale à la vérité, mais toujours considérablement moindre qu'elle ne parût en 1739. Le hasard, que je prends ici pour une combinaison inconnue de causes variables, n'admet point une si grande uniformité; ou, pour parler plus exactement, ce seroit-là un cas unique entre une infinité de cas très-peu vrai-semblables. Cependant, puisqu'il seroit possible, on pourroit le supposer réel, s'il ne s'agissoit que d'une très-petite quantité; mais 20 secondes & plus en sont

une trop considérable, pour n'être que la somme de ces petites erreurs dont les observateurs les plus attentifs ne peuvent quelquefois se garantir. C'est ce qui m'a engagé à examiner scrupuleusement les différentes causes qui ont pu nuire à la justesse de ces observations, & à évaluer les effets de ces causes. Je parle ici de celles qui ne se présentent pas au premier coup d'œil, & auxquelles ont fait ordinairement peu d'attention. Je vais rendre compte de cet examen, que je terminerai en proposant ce que je crois le plus vraisemblable & le plus propre à expliquer pourquoi l'erreur de nos premières observations en 1739, nous avoit fait constamment trouver la distance de l'étoile au zénith, plus petite que la véritable.

---

## ARTICLE VIII.

*Examen des différentes causes qui peuvent nuire à la justesse des observations.*

*Des effets du froid & du chaud sur notre Secteur.*

J'AI remarqué dans la description du Secteur (*art. II*), que son limbe étoit formé d'une règle de cuivre, attachée avec des clous de même métal, rivés sur une bande de fer, laquelle étoit soutenue d'une règle de chan pareillement de fer; ainsi, quoique la matière propre du limbe fût plus susceptible de dilatation & de condensation que la bande de fer qui lui servoit d'appui, ce dernier métal résistant à l'effort du cuivre, ne lui permettoit pas de se dilater, ni de se contracter plus que le fer même. On peut donc regarder notre Secteur, dont

le limbe ne faisoit qu'une très-petite partie, comme s'il étoit tout d'une même matière : or on voit que dans ce cas, toutes ses parties se dilateroient & se condenseroient proportionnellement ; & par conséquent, qu'il ne changeroit pas de figure, par les alternatives du chaud & du froid.

Mais quand on supposeroit que le limbe de cuivre auroit eu la liberté de prendre toute l'extension que la chaleur pouvoit lui donner, il n'en résulteroit encore qu'une très-petite variation dans l'arc qui a servi aux observations : car le rayon & les autres parties de l'instrument, qui sont de fer, s'allongeant en même temps que le cuivre, & par la même cause, le changement de figure qui surviendrait à l'instrument, ne seroit causé que par l'excès de la dilatation du cuivre qui forme le limbe, sur celle du fer qui lui est adossé.

J'ai trouvé par les expériences dont j'ai déjà parlé, que l'allongement du fer qui répondoit à une différence de dix degrés de chaleur, indiquée par le Thermomètre de M. de *Reaumur* (c'est-à-dire, à une augmentation de la centième partie du volume qu'occupe la liqueur lors de la congélation), étoit de 0,<sup>ligne</sup> 012 sur la longueur d'une toise.

Si, d'après ces expériences, & en supposant que le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre est comme 8 à 11, on prend la peine de calculer de combien la partie de notre limbe de cuivre, qui répondoit à l'arc de 1 degré  $\frac{2}{3}$ , a dû s'allonger plus que le fer, & quelle différence cet allongement a dû produire sur l'amplitude de cet arc ; on trouvera que la différence répond à peine à une demi-seconde pour dix degrés de variation dans le Thermomètre : ce qui, comme on voit, n'est qu'une quantité imperceptible.

Que sera-ce si l'on fait attention que dans les lieux frais & bas, où nous avons toujours fait nos observations, & dont nous avons soin d'interdire l'accès à l'air extérieur, le Thermomètre varioit à peine du tiers de la quantité supposée? On voit bien que quand même on admettroit un plus grand rapport entre les dilatations du fer & du cuivre, les variations n'iroient jamais qu'à une petite fraction de seconde; & par conséquent il est démontré que l'action du froid & du chaud sur notre Secteur n'a pû causer que des changemens fort au dessous de ceux que les bornes de nos sens nous permettent d'apercevoir.

Cette température toujours à peu près égale de nos observations, & les précautions que nous avons toujours eues de ne découvrir l'ouverture du toit, qui répondoit à la lunette, qu'au moment de l'observation, doivent autant nous rassurer sur la crainte du relâchement des soies posées au foyer du Micro-mètre, que sur les effets de la dilatation du limbe par la chaleur. D'ailleurs, la situation du Secteur approchoit si fort de la verticale, que la projection de la courbure, produite par le poids des fils relâchés, ne pouvoit jamais différer sensiblement de la ligne droite.

---

## ARTICLE IX.

### *Suite de l'examen des différentes causes &c*

#### *De la flexion de l'Instrument dans le plan du Limbe.*

**J**E confonds ici la flexion de l'instrument avec celle de la lunette, & elles ne doivent pas être distinguées dans notre

Secteur, non plus que dans celui de M. *Graham*, qui a servi aux observations du Nord. Quelque différent que fût le nôtre dans sa construction, de celui-ci, ils avoient tous deux cela de commun, que la lunette, dans l'un & dans l'autre, étoit précisément de la même longueur que le rayon de l'instrument, & pouvoit être prise pour le rayon même. Celle de notre Secteur étant, comme je l'ai expliqué (*article 11*), appliquée le long de la barre de fer qui formoit le rayon, participoit à tous ses mouvemens. C'est du moins ce que je suppose quant à présent ; & il ne s'agit dans cet article que d'examiner combien la barre de fer, qui formoit le rayon du Secteur, lequel étoit adossé à la lunette, & que je ne distingue pas ici de la lunette même, a dû fléchir & se courber par son propre poids pendant nos observations, & de combien cette courbure a pu changer l'amplitude de l'arc observé sur le limbe.

Je cherche d'abord si l'erreur qu'a pu causer cette flexion a dû augmenter ou diminuer la distance apparente de l'étoile au zénith. Il s'agit de la flexion dans le plan du limbe, ou dans le plan du Méridien, ce qui revient ici au même.

Planche I,  
fig. 8.

Il faut remarquer que de la manière dont notre instrument étoit suspendu, ses deux extrémités étoient appuyées, l'une sur le colier *K* de suspension, l'autre sur l'une des vis de réglé *n, n* ; & par conséquent la convexité de la courbure devoit être en dessous, au contraire de ce qui seroit arrivé si le Secteur eût été suspendu par son centre de gravité, vers le milieu de la longueur de son rayon, comme lors de notre observation de l'obliquité de l'Ecliptique en 1736 & 1737. On voit bien que les effets de la courbure doivent être totalement opposés dans ces deux cas.

La

La Figure représente le rayon visuel dirigé à l'astre dont on observe la distance au zénith; & pour éviter la confusion, l'on n'y a pas distingué la lunette du rayon  $CA$ , sur lequel elle est appliquée. Si ce rayon vient à fléchir par son propre poids, suivant la courbe  $CEA$ ; le limbe, ou plutôt la ligne  $AB$  qui le représente ici, & qui fait un angle droit avec le rayon  $CA$ , deviendra d'autant plus oblique à l'égard du fil-à-plomb  $CP$ , que la courbure  $CEA$  sera supposée plus grande. Cette même ligne sera, par exemple, transportée par la flexion du rayon, de  $AB$  en  $Ab$ . Le fil-à-plomb coupera donc le limbe du Secteur en  $b$ , à une plus grande distance de  $A$  que dans la première situation  $AB$ ; & par conséquent il marquera un plus grand nombre de degrés sur le limbe, quoique l'angle  $ACB$ , entre le rayon visuel  $AC$  & le fil-à-plomb  $Cb$ , demeure le même.

Pour ne pas embrouiller la Figure, on a aussi supposé que le point  $A$  restoit le même après la flexion du rayon. Quoique cette flexion doive le rapprocher du point  $C$ , c'est d'une quantité qui ne sauroit mériter qu'on y fasse la moindre attention, puisqu'elle ne seroit que de  $\frac{1}{810}$  de ligne, dans le cas où la flèche  $DE$  de la courbure seroit d'une ligne entière.

La courbure du rayon, par la nature de la suspension de notre Secteur, devoit donc augmenter la distance apparente au zénith: ainsi la flexibilité de l'instrument, moins solide dans les premières observations qu'il ne l'a été depuis, n'a nullement contribué en 1739 à nous faire trouver la distance de l'étoile au zénith de *Tarqui* moins grande que la véritable. C'est une réflexion que je communiquai à *M. Bouguer* en lui écrivant de *Tarqui* à *Quito* en 1742, & en lui proposant mes conjectures, sur le défaut de nos anciennes observations,

Mais en quelque sens que se trouvât l'erreur causée par la flexion du rayon, elle ne pouvoit jamais être d'une dangereuse conséquence, vû la construction particulière de notre Secteur, dans lequel la lunette étoit égale au rayon, & l'objectif répondoit au centre.

Pour m'assurer qu'on pouvoit négliger cette erreur, & avant que d'avoir tenté aucune expérience sur la flexion des barres de métal, j'avois fait une supposition forcée & hors de la vrai-semblance, & cherché quelle seroit l'erreur dans ce cas. J'avois supposé qu'en écartant la lunette de la ligne verticale d'un degré & demi, ce qui étoit l'inclinaison moyenne qui convenoit à nos observations, la flexion du rayon, causée par son propre poids, lui seroit prendre une courbure *CEA* telle que *EA* fit un angle de 10 minutes avec la situation primitive du rayon *CA*; ce qui donneroit  $2\frac{1}{2}$  lignes à la flèche *DE*; & j'avois trouvé dans cette supposition, que la distance apparente au zénith seroit augmentée de moins d'une demi-seconde : résultat très-conforme à ce que M. de *Maupertuis* \* a remarqué sur ce sujet.

Je jugeois que la flexion du rayon étoit beaucoup moindre que je ne l'avois supposée; mais pour ne rien admettre gratuitement, j'ai, depuis ce temps-là, mesuré la courbure d'une barre de fer plate, posée horizontalement, & soutenue par ses deux extrémités, en sorte que sa longueur entre les deux appuis étoit de douze pieds : j'ai fait ensuite couper cette barre; & j'ai mesuré la courbure d'une portion longue de six pieds que j'en avois retranchée. J'ai conclu des mesures actuelles, doublées par le renversement de la barre, que la flèche de l'arc de cette

\* Figure de la Terre déterminée &c. Discours &c. page 67.



dernière courbure étoit environ la dix-septième partie de l'autre flèche; ce qui approche beaucoup du rapport des quatrièmes puissances des longueurs que les flexions doivent suivre; comme *M. Daniel Bernoulli* l'a déduit de plusieurs expériences ingénieuses, & l'a démontré dans la Pièce qui a remporté le prix de l'Académie en 1743. J'ai fait d'autres épreuves sur la même barre, en la posant tantôt à plat sur sa plus grande largeur, tantôt de chan sur sa plus étroite dimension; & j'ai trouvé que les flèches des différens arcs de courbure d'une même barre, posée sur sa face la plus large ou la plus étroite, suivoient assez exactement la raison inverse des quarrés de la dimension qui se trouvoit posée verticalement dans chaque expérience.

Les mesures de notre Secteur étant connues, on peut conclure des expériences précédentes la courbure qu'a dû contracter son rayon.

La barre qui formoit le rayon de notre Secteur ayant trois pouces de large sur douze pieds de long, il a résulté de toutes mes expériences, à quelques variétés près, qui ne peuvent manquer de se rencontrer dans le physique, que la flèche de la courbure que la barre devoit prendre dans une position horizontale de chan, n'étoit que d'environ une ligne: mais en approchant cette barre de la situation verticale, le poids qui cause la courbure agit par un levier plus court; & ce levier se raccourcit comme le sinus de l'angle d'inclinaison avec la verticale. Donc en supposant que la courbure diminue dans le même rapport, celle du Secteur, dirigé à  $1\frac{1}{2}$  degré du zénith, ne sera plus que la  $38^{\text{e}}$  partie de celle qu'il avoit étant posé horizontalement. La flèche de la courbure horizontale étoit de 1 ligne; elle ne sera plus que de  $\frac{1}{38}$  de ligne, c'est-à-dire, presque la centième partie de

ce que je l'avois supposée, en donnant  $2\frac{1}{2}$  lignes de longueur à *DE*. L'erreur, qui eût été en ce cas d'une demi-seconde, & par conséquent imperceptible, sera donc désormais cent fois trop petite pour être aperçue. J'ai donc pû négliger sans scrupule dans le calcul précédent le poids de la lunette, ainsi que celui de la règle de chan adossée au rayon du Secteur; & cela quand on voudroit supposer la flexion du tout, double ou triple, ou même décuple de celle que prendroit la barre toute seule.

Il s'en suit de tout ceci, que ni la flexion du rayon provenant de son propre poids, ni celle d'une lunette de même longueur, appliquée sur le rayon, & faisant pour ainsi dire corps avec lui, n'ont pû causer aucune erreur sensible dans nos observations.

J'ai épargné au Lecteur le détail des calculs précédens, & de plusieurs autres qu'il m'a fallu faire, à quoi il n'y a de mérite que le courage nécessaire pour en surmonter l'ennui.

## ARTICLE X.

### *Continuation du même sujet.*

*De la flexion du rayon dans le plan perpendiculaire à celui de l'instrument; & du parallélisme de la lunette à ce même plan.*

TOUT ce qui a été dit jusqu'ici de la flexion du rayon, ne regarde que celle qui peut se faire dans le plan du Secteur.

Quant à la flexion dans le sens perpendiculaire à ce même plan, elle ne pourroit être d'une conséquence dangereuse, qu'autant qu'elle altéreroit la figure de l'instrument, en changeant la position du centre à l'égard de l'arc; & c'est ce qui n'a pû

arriver dans notre Secteur : car supposant, contre toute vraisemblance, que la barre de fer *DC*, qui portoit la lunette, se fût courbée en avant ou en arrière, malgré la règle de chan *JJ* qui soutenoit cette barre, la courbure, quelque considérable qu'elle eût pû être, n'eût pas changé le vrai rayon du Secteur, c'est-à-dire, la distance du centre *I* à l'arc  $\alpha \omega$ , tracé sur le limbe ; puisque cet arc a toujours été décrit, l'instrument étant déjà monté, & suspendu verticalement, dans la même situation où il a été maintenu depuis, laquelle a été constatée à chaque observation, en examinant si le fil-à-plomb pendant librement du centre rasait le limbe sans y toucher.

Plancie II.

La position du centre à l'égard de l'arc ne pouvant varier ; la lunette, parallèle ou non au plan du Secteur, conservera toujours la même situation à l'égard de ce plan, pourvu qu'elle y soit fermement attachée. Mais ce n'est point assez pour un Observateur exact d'être assuré que l'angle de la lunette, avec le plan de son Secteur, est constant, & qu'il ne peut changer d'une observation à l'autre : il faut réduire cet angle à zéro, & rendre la lunette exactement parallèle au plan du Secteur ; ou tout au moins il faut pouvoir mesurer cet angle avec précision, pour être en état de calculer de combien le défaut de parallélisme de la lunette, peut changer la distance apparente de l'étoile au zénith.

La vérification au zénith par la demi-révolution du Secteur sur son axe, est une opération difficile & peu usitée. Elle n'a guère été employée jusqu'ici, qu'à reconnoître de combien la lunette étoit écartée, dans le plan du Secteur, du commencement de la graduation ; ce qui est ordinairement le point le plus important à vérifier dans les observations.

Mais ce moyen imaginé par *M. Picard*, peut servir à reconnoître de combien la lunette s'écarte du plan du limbe, tout aussi-bien qu'il sert à vérifier, si, dans le plan du limbe, elle s'éloigne du commencement des divisions. Je suppose la Méridienne tracée, le limbe du Secteur bien arrêté dans le plan du Méridien, la lunette pointée à la hauteur où doit passer l'étoile, l'instrument bien calé. Tout étant ainsi disposé, on attendra l'heure de la médiation qu'on aura calculée d'avance. Si la lunette fait un angle avec le plan du Secteur, & par conséquent avec le Méridien, l'étoile passera dans la lunette plutôt ou plus tard que l'heure du calcul; plutôt, si la lunette est pointée trop à l'orient; plus tard, si elle incline vers l'occident. Supposé que ce soit de quatre secondes, on en pourra conclurre, dans le pays où nous étions, que l'angle de la lunette, avec le plan du Secteur, est d'une minute. Cet angle sera plus ou moins grand, à proportion du nombre de secondes dont le passage de l'étoile dans la lunette avancera ou retardera sur l'heure de la médiation.

Pour une plus grande sûreté, on retournera l'instrument en sens contraire : l'étoile, comme on le voit, doit passer au fil vertical de la lunette, dans une des situations du Secteur, autant de secondes avant l'heure de sa médiation, que de secondes après, dans la situation inverse. S'il y avoit quelque différence, ce seroit une preuve d'erreur dans l'heure calculée, ou dans la direction du plan du Secteur. On a des moyens de vérifier l'une & l'autre.

L'angle de la lunette, avec le plan du limbe, étant une fois connu, on aura tout ce qu'il faut pour calculer de combien on a pu être trompé sur la distance apparente de l'étoile au zénith, & juger par-là si l'erreur mérite considération. En ce cas, il sera plus commode de corriger la déviation même

de la lunette, en touchant à l'objectif, & en l'approchant ou en l'éloignant du plan de l'instrument, de la petite quantité nécessaire pour rendre l'axe optique de la lunette parallèle au plan du Secteur. Cette quantité, toujours proportionnelle à la longueur du rayon, sera aisée à trouver. Dans notre Secteur de douze pieds de rayon, elle étoit d'une ligne, pour 8 secondes de différence dans l'heure de la médiation.

Si l'on avoit commencé à observer, avant que d'avoir une Méridienne tracée, il seroit encore possible de mesurer l'angle de l'axe de la lunette avec le limbe, pourvu qu'on eût l'heure de la médiation de l'étoile avec beaucoup de précision; comme, par exemple, si l'on s'en étoit assuré par plusieurs hauteurs correspondantes de la même étoile. Voici en ce cas comme on pourroit y réussir. On dirigeroit d'abord la lunette à l'astre, en sorte qu'il passât au centre des fils à l'instant précis de la médiation: par-là on seroit sûr que l'axe optique de la lunette seroit exactement dans le plan du Méridien: ensuite deux fils-à-plomb attachés aux deux extrémités de la lunette, pourroient servir à rendre ce plan sensible, & à reconnoître s'il est parallèle à celui du Secteur. Mais plus l'astre est voisin du zénith, moins cette méthode est praticable.

Si notre Secteur n'eût pas été dirigé exactement dans le plan du Méridien lors de nos observations de 1739, ou si l'étoile n'eût pas été observée à l'heure précise de la médiation, nous eussions trouvé, par cela seul, une fausse distance au zénith; mais on a vu dans le procès verbal ci-dessus, avec quel scrupule le concours de ces deux circonstances a été observé. Leur omission n'a donc pû avoir aucune part au défaut de ces observations; & je puis, par conséquent, me dispenser d'évaluer la

quantité d'une erreur que nous n'avons point commise.

Les réflexions précédentes, & d'autres du même genre, n'ont dû se présenter & se développer qu'à mesure que les circonstances, les difficultés, & la répétition fréquente des observations, y ont donné lieu : ainsi il n'est pas étonnant que nos premiers essais se soient ressentis du peu d'expérience que nous avions tous alors dans une sorte d'observation rare & peu familière aux Astronomes les plus exercés. Au reste, l'application nouvelle que je viens de faire, de la méthode de *M. Picard* pour vérifier l'instrument au zénith par le renversement, a dû se présenter tôt ou tard à ceux qui, comme nous, ont été dans le cas de faire un grand nombre d'observations de distances d'étoiles au zénith. Ainsi quoique cet Astronome, & ceux qui ont observé dans les mêmes circonstances que nous, n'aient pas prescrit explicitement la vérification du parallélisme de la lunette au plan du Secteur, laquelle se déduit des mêmes principes que la vérification ordinaire ; je me garderois bien d'en conclure qu'ils ne l'ont pas employée, & qu'ils n'ont pris aucune précaution contre les erreurs de l'inclinaison de la lunette sur le plan de l'instrument.

## A R T I C L E X I.

### *Continuation du même sujet.*

*De la cause qui a pu augmenter la distance apparente de l'étoile au zénith, à Tarqui en 1739.*

J'OMETS ici l'examen de plusieurs causes d'erreur, différentes des précédentes, & le détail des attentions que nous avons eues pour nous en garantir ; parce qu'il en sera fait mention dans

dans le procès verbal des observations faites à *Cotchefqui* en 1740, & dans l'article où je rendrai compte des nouvelles précautions que j'ai prises en observant à *Tarqui* en 1742 & 1743. Il suffit de remarquer ici que toutes ces sources d'erreur, tant celles qui ont fait le sujet des articles précédens, que celles qui me restent à examiner, étoient également propres à augmenter & à diminuer la distance apparente de l'étoile au zénith; outre que les variations qu'elles pouvoient occasionner dans cette distance n'auroient produit que quelques secondes de plus ou de moins. On ne peut donc imputer à aucune de ces causes le défaut de nos premières observations, par lesquelles la distance de l'étoile au zénith de *Tarqui* nous parut constamment de 19 à 27 secondes plus petite en 1739 qu'en 1741, 1742 & 1743. Tâchons de développer le principe de cette erreur constante dans le même sens: c'est en partant de faits certains, que je vais essayer de remonter à la source.

Si jamais on a pû regarder une observation comme très-exacte; c'est, sans contredit, celle de la distance de l'étoile d'*Orion* au zénith de *Tarqui*, à laquelle nous nous sommes arrêtés, & dont je vais bien-tôt rendre compte. Cette détermination, fruit de près de deux années de travail, est conforme au résultat de plusieurs Suites d'observations indépendantes l'une de l'autre, faites à diverses reprises pendant le cours de l'année 1741 par M. *Bouguer*: je l'ai trouvée la même à la fin de l'année suivante, & pendant plusieurs mois en 1743, avec le Secteur nouvellement reconstruit, & par un nouvel arc; tellement que la différence entre le résultat de M. *Bouguer* & le mien, est à peine de deux secondes, lorsqu'on a égard à toutes les équations connues. Nous avions, lui & moi, redoublé de soins,

Y

d'attentions & de scrupules dans ces dernières observations; & la solidité de l'instrument étoit alors à toute épreuve. Tant d'uniformité dans des circonstances si différentes, & un si grand nombre de confirmations, ne laissent plus lieu à aucun doute. Nous pouvons donc regarder la distance de  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith de *Targui*, observée en 1741, 1742 & 1743, comme la véritable. Ceci posé, voici comme je raisonne.

Planche I,  
fig. 9.

Nous n'avons pû trouver en 1739 la distance de cette même étoile au zénith, constamment plus petite que la vraie, que parce que l'arc  $A\omega$ , tracé sur le limbe, & terminé par le fil-à-plomb  $CP$ , cet arc, que nous prenions pour mesure de la distance verticale observée, étoit plus petit que l'arc qui la mesuroit réellement. Or pour que cela soit arrivé, il faut nécessairement que le rayon visuel  $Ac$ , dirigé de l'œil à l'étoile, ait été transporté (par quelque cause que ce puisse être) de  $AC$  en  $Ac$ . En ce cas, & non autrement, l'angle apparent  $ACP$ , entre le rayon  $CA$  du Secteur & le fil-à-plomb  $CP$ , aura été plus petit que l'angle vrai entre le rayon visuel  $Ac$ , dirigé à l'étoile, & la ligne verticale  $cp$ ; alors quoique la vraie distance de l'étoile au zénith fût mesurée par l'arc  $Ao$ , on aura pris l'arc  $A\omega$  pour la mesure, & par conséquent on aura jugé la distance au zénith trop petite. Pour qu'on ait commis la même erreur dans les deux situations de l'instrument, il faut que tout ce que je viens de supposer soit encore arrivé lorsque le Secteur ayant été retourné en sens contraire, & le point  $A$  restant au même lieu, le point  $\alpha$  s'est trouvé répondre au point  $\omega$ , & réciproquement.

Jusqu'ici je n'ai tiré que des conséquences nécessaires & évidentes; il me reste à chercher ce qui a pû transporter



constamment le rayon visuel de *AC* en *Ac* dans les deux situations inverses du Secteur.

En examinant (*art. IX & X*) les effets de la flexion de notre instrument en différens plans, je n'ai pas distingué la lunette du rayon, sur lequel elle étoit appliquée; & j'ai comparé à cet égard notre Secteur à celui de *M. Graham*, dans lequel il n'y a d'autre rayon que la lunette même qui porte le limbe; ce qui fait que la lunette & le rayon peuvent rigoureusement y être pris l'un pour l'autre. Il est vrai que nous avons pu supposer la même chose de notre instrument, à l'égard de nos dernières observations en 1741, 1742 & 1743; parce qu'alors les fourchettes de fer *ZZ* servant de support à la lunette, avoient été raccourcies de moitié au moins, parce qu'on en avoit multiplié le nombre, & qu'enfin la lunette avoit été affermie sur le rayon avec de nouvelles précautions dont il sera parlé plus bas. On a pu aussi confondre la lunette avec le rayon dans le nouveau Secteur de huit pieds de rayon, qui servit à *Cochesqui* en 1742 à *M. Bouguer*, vû l'attention expresse qu'il apporta sur ce point, dont nous avons reconnu toute l'importance. Mais il faut avouer qu'il n'en étoit pas de même dans le temps de nos premières observations à *Targui* en 1739: alors la lunette, dans une longueur de douze pieds, n'étoit soutenue que par trois fourchettes assez foibles, & dont la distance au corps de l'instrument étoit de sept pouces; ce qui faisoit un long levier, à l'extrémité duquel le poids de la lunette pouvoit agir sensiblement. Voyons quel a dû en être l'effet.

Ces fourchettes ou supports étant perpendiculaires au plan du Secteur, c'étoit sur-tout dans le sens de leur direction que devoit s'exercer l'action du levier; &, à cet égard, elle devoit

Planche III.

# 156 MESURE DES TROIS PREMIERS

se réduire à approcher la lunette du plan du Secteur, toujours parallèlement à elle-même, & plus ou moins près, selon que le poids de la lunette eût fait plier plus ou moins les fourchettes: comme deux *règles parallèles* s'approchent d'autant plus, que les traverses qui les joignent deviennent plus obliques. Or on voit que ce mouvement de la lunette ne pouvoit rien changer à la distance apparente de l'étoile au zénith, pourvu qu'il se fit parallèlement au plan du Secteur; comme il ne nous est pas permis d'en douter, puisque l'étoile passoit en effet à l'heure calculée de la médiation, dans les deux situations inverses de l'instrument, ainsi que le procès verbal en fait foi.

Planche I, Ce n'est donc pas la flexion dans le plan perpendiculaire au  
fig. 9. limbe; & c'est seulement la flexion dans le plan du limbe, qui a pu transporter le rayon visuel de  $AC$  en  $Ac$ : transport qu'il est nécessaire d'admettre pour expliquer comment la distance au zénith a pu être trouvée constamment trop petite. Voyons ce que les supports trop longs de la lunette ont pu opérer en ce sens. Qu'on suppose que la fourchette supérieure étoit plus foible que les autres: il se fera fait nécessairement un pli au tuyau de la lunette vers le point  $E$ , à quoi le poids de la monture de l'objectif aura pu contribuer\*. Cette supposition n'a rien de contraire à la vrai-semblance; & si on l'admet, tout s'expliquera très-naturellement.  $Ca\omega$  représente le plan du Secteur;  $C$  est le centre;  $a\omega$  est l'arc tracé sur le limbe;  $CA$ , le rayon sur lequel la lunette étoit appliquée, à 7 pouces de

\* Cette monture étoit composée d'un bout de tuyau de cuivre, de trois plaques de même métal, dont deux assez épaisses, & de quatre vis: le tout enté à l'extrémité d'un tube d'une simple feuille de fer blanc, de deux pouces de diamètre.

distance, dans un plan parallèle au plan du Secteur & perpendiculaire à celui de la Figure; ce qui empêche d'y pouvoir représenter les trois supports qui répondoient aux points 1, 2, 3, du rayon  $CA$ . Le pli que nous supposons, qui se fera fait à la lunette vers  $E$  par la foiblesse du support 3, & peut-être par le poids de la monture de l'objectif, aura transporté l'extrémité de la lunette de  $C$  en  $c$ : la même chose sera arrivée lorsque l'instrument aura été retourné sur son axe  $CA$ , & que le point  $a$  & le point  $\omega$  auront mutuellement changé de place: le tout sans que le centre  $C$  du Secteur, d'où pend le fil-à-plomb, ait changé de situation. Dans l'une & dans l'autre position du Secteur, l'angle apparent  $ACp$ , compris entre le rayon  $AC$  & le fil-à-plomb  $CP$ , qui battoit sur le limbe au point  $\omega$  ou au point  $a$ , aura été plus petit que l'angle véritable  $Ac p$ , compris entre le rayon visuel, transporté par la flexion de la lunette de  $AC$  en  $Ac$ , & la verticale  $cp$  parallèle à  $CP$ . Cette cause agissant constamment, & tendant également dans les deux situations de l'instrument, à augmenter la distance apparente de l'étoile au zénith, doit avoir produit une erreur constante, & du même sens: laquelle se combinant avec d'autres petites erreurs variables, aura paru tantôt plus, tantôt moins grande; mais toujours dans le sens où agissoit la cause principale & dominante. Toute erreur semblable, & procédant d'une courbure de la lunette par son poids, ne peut être reconnue par le renversement\*: c'est ce que M. de *Maupertuis* a déjà remarqué & expliqué. Cette opération ne peut servir qu'à vérifier la position d'une lunette supposée inflexible.

Il faut avouer que l'étoile que nous observions ne passant

\* Figure de la Terre déterminée &c. Discours &c. page 67 et 68.

guère qu'à  $1\frac{2}{3}$  degré du zénith à *Tarqui*, il n'est pas aisé de concevoir que la lunette, dans une situation qui différoit si peu de la verticale, ait pû s'arquer par son propre poids, en y ajoutant même celui de la monture de l'objectif; mais j'avoue que je ne vois point d'autre manière d'expliquer le transport réel & constant du rayon visuel, de *AC* en *Ac*. *M. Bouguer* l'aura peut-être fait plus heureusement. Quoi qu'il en soit, il est certain que depuis que les fourchettes ont été raccourcies, que leur nombre a été augmenté, & que la lunette a été affermie & assurée par plusieurs liens dans toute sa longueur sur le rayon du Secteur; la distance au zénith a été trouvée constamment plus grande qu'auparavant, & toujours sensiblement la même à chaque observation.

Au reste, comme une demi-ligne répondoit sur le limbe de notre Secteur à une minute de degré, il suffit que le bout objectif de la lunette ait varié d'un sixième de ligne, pour avoir produit une erreur constante de 20 secondes dans la distance au zénith.

## ARTICLE XII.

*Premières observations faites à Cotchesqui, extrémité septentrionale de la Méridienne; en Février, Mars & Avril 1740.*

AUSSI-TÔT que nous eûmes terminé notre travail à une extrémité de la Méridienne, nous nous hâtâmes de passer à l'autre, pour mettre le moindre intervalle possible entre nos observations aux deux bouts de l'arc mesuré. J'observois encore à *Tarqui* le 13 Janvier 1740; & dès le 12 Février suivant, le

Secteur étoit prêt pour l'observation, à plus de quatre-vingt lieues de distance; quoiqu'il eût fallu le porter à bras, par des chemins difficiles, & que M. *Bouguer* eût été obligé de s'arrêter plusieurs jours à *Quito*, pour faire faire à cet instrument plusieurs réparations qui avoient été jugées nécessaires. Les réponses qu'il me fallut faire à mon arrivée en cette ville, aux lettres que je reçûs du Viceroy &c. sur les affaires dont j'ai parlé, m'y retinrent deux ou trois jours après le départ de M. *Bouguer*. Je l'allai joindre à six lieues de *Quito*, sur la montagne de *Mo-handa*, où nous étions convenus de terminer notre mesure du Méridien du côté du Nord. Je le trouvai tout établi, & l'instrument déjà monté à *Cotchesqui*, maison de campagne où il s'étoit arrêté, & qui est située à la vue de notre première Base & de nos premiers Triangles, avec lesquels il étoit aisé de lier notre nouvel observatoire. Je vérifiai le 18 la grandeur de l'arc tracé par M. *Bouguer*. Les jours suivans, nous commençâmes à observer.

Au lieu de m'étendre sur ces observations, je ferai beaucoup mieux de transcrire ici le détail qu'en a donné M. *Bouguer* dans un procès verbal qu'il a rédigé à *Cotchesqui* même, & fait certifier & légaliser à *Quito* par trois Notaires, comme le précédent l'avoit été à *Cuenca* par le Corps de Ville.

*EXTRAIT du Procès verbal des Observations faites  
à Cotchesqui en 1740.*

*J'ai cru devoir supprimer dans cet extrait quelques détails étrangers aux observations qui font la matière du procès verbal.*

«.... On avoit (*c'est M. Bouguer qui parle*) assez reconnu à *Targui* lorsqu'on démonta (*l'instrument*), que ses assemblages ne

» pouvoient souffrir aucun changement (a); & que s'il y avoit  
 » quelque dérangement à craindre, il ne pouvoit venir que de la  
 » lunette, appliquée à une trop grande distance du plan du  
 » Secteur. Cependant je fis non seulement raccourcir les four-  
 » chettes qui soutenoient cette lunette, les réduisant à  $3\frac{1}{2}$  pouces,  
 » d'environ 7 qu'elles avoient; mais je fis fortifier la brisure du  
 » milieu du rayon du Secteur par deux nouvelles bandes de  
 » fer, arrêtées chacune par plusieurs vis; & je fis outre cela  
 » souder à *Cotchesqui* le Micromètre même à la lunette, après  
 » avoir déjà mis de fortes ligatures de fil de fer. Il n'est pas  
 » besoin d'insister sur toutes les autres précautions que j'ai prises  
 » ensuite avec le même soin que je l'avois fait à l'autre extré-  
 » mité, soit pour rendre la lunette parallèle au plan de l'in-  
 » trument, soit pour rendre les soies du Micromètre perpen-  
 » diculaires au limbe, soit pour les mettre exactement au foyer  
 » de l'objectif pour les objets célestes, soit enfin pour tracer  
 » sur le limbe un arc dont la corde fût une partie aliquote  
 » exacte du rayon. Ayant reconnu dès le 14 Février, par une  
 » détermination un peu anticipée (b), mais qui s'est trouvée  
 » plutôt confirmée que corrigée par le Triangle que nous avons  
 » formé depuis, & dont M. de la *Condamine* & moi venons  
 » actuellement de mesurer les angles, que notre observatoire  
 » étoit à un peu moins de 425 toises plus au Nord que le  
 » Signal de *Tanlagoa*, je savois très-exactement notre latitude,

(a) Si nous l'avons cru alors, nous nous sommes bien défabusés depuis sur cet article.

(b) Par une autre détermination plus directe & faite plus à loisir, nous trouvâmes depuis, chacun de notre côté, seulement 414 ou 415 toises. Voyez *Table I des Triangles*, Tr. XXXIII, Col. XI.

& que

& que le double de la distance de l'étoile  $\alpha$  d'Orion à notre zénith, que les observations nous fourniroient immédiatement, seroit d'environ  $2^d 52'$  : c'est pourquoi je me déterminai à donner pour corde à l'arc la  $20^e$  partie du rayon ; ce qui rendoit cet arc de  $2^d 51' 54\frac{1}{4}''$ , & le Micromètre devoit suppléer au reste. Pendant que toutes ces choses se faisoient, on travailloit à obtenir une Méridienne dans notre observatoire en réglant une Pendule par des hauteurs correspondantes, que M. Verguin s'étoit chargé de prendre, & qu'il a aussi toujours prises depuis. Cette Méridienne, indiquée comme à Tarqui par un long assemblage de cheveux, fut vérifiée encore le 17 Février par des hauteurs prises le matin, desquelles je me servis pour constater l'état de la Pendule ; & tout étant disposé le même jour : .... Nous convinmes, M. de la Condamine & moi, d'observer alternativement. Voici nos observations.

*Premières observations de la distance de l'étoile  $\alpha$  d'Orion au zénith de Cotchefqui, faites par le moyen d'un arc de  $2^d 51' 54\frac{1}{4}''$ .*

Le limbe de l'instrument étant tourné vers l'occident.	{	Le 19 Février 1740 . . . . .	28 part. add. microm.
		Le 21 . . . . .	22
		Le 22 . . . . .	17

Le limbe étant tourné vers l'orient.	{	Le 1 <sup>er</sup> Mars 1740 . . . . .	29 part. add. microm.
		Le 2 . . . . .	21
		Le 5 . . . . .	33
		Le 8 . . . . .	28
		Le 9 . . . . .	28

Nous retournâmes ensuite l'instrument, en présentant le limbe vers l'occident, dans l'intention de joindre quelques nouvelles observations à celles des 19, 21 & 22 Février, & de nous démontrer à nous-mêmes qu'il n'y avoit eu aucun dérangement ; mais un vent très-fort qui s'éleva la nuit du 9 au

Z

» 10 Mars, & qui continua jusqu'au 11 matin, renversa non  
 » seulement le cuir qui fermoit l'ouverture du toit de l'obser-  
 » vatoire, en rompant diverses cordes, mais un second cuir qui  
 » étoit beaucoup au dessous; & qui étant appliqué sur un chaffis,  
 » couvroit immédiatement l'instrument : ce vent fit, pour ainsi  
 » dire, pleuvoir les tuiles; nous en trouvâmes divers éclats tout  
 » autour de l'instrument, avec des fragmens de chaux ou de  
 » mortier; & on ne pût pas empêcher le 10 matin, pendant  
 » que nous étions tous occupés à réparer ces désordres causés  
 » pendant la nuit, & à tâcher de les prévenir pour une autre  
 » fois, qu'une tuile entière ne tombât en notre présence, non  
 » pas sur le Secteur, mais sur le banc qui l'arrête par en bas;  
 » & qui pouvoit lui transmettre une partie du coup: je ne fais  
 » pas même s'il ne fit que du vent; car une muraille, dans un  
 » autre endroit de la maison, s'écroula pendant la nuit; deux  
 » pendules, que nous avions dans l'observatoire, se dérangèrent,  
 » & la révolution diurne de l'une, réglée sur le temps moyen,  
 » changea de près d'une minute. Tout cela nous fit craindre quel-  
 » que changement dans l'instrument, & il y en eut un effecti-  
 » vement qui fut tel, que quoiqu'il n'intéressât en rien la soli-  
 » dité ou la fermeté de ses parties, comme je le reconnus par  
 » l'examen que j'en fis, & par la manière dont le moindre coup  
 » d'ongle faisoit frémir tout le Secteur, l'étoile qui passoit tou-  
 » jours au dessus du fil fixe du Micromètre, passa ensuite en  
 » dessous, lorsque le limbe fut tourné vers l'occident. Ainsi  
 » nous fûmes obligés de tirer un premier résultat des huit obser-  
 » vations que nous avions: elles nous apprirent que notre arc  
 » de  $2^d\ 51'\ 54\frac{1}{2}''$  étoit trop petit de 50 parties du Micromètre,  
 » qui valent presque  $2.2''$ , le double de la distance apparente



de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith étoit donc de  $2^d 52' 16''$ , & « cette distance de  $1^d 26' 8''$ , qu'il faut augmenter de  $1''$  pour la « réfraction; le temps nous a ensuite été extrêmement contraire, « jusque-là qu'on a eu beaucoup de peine à régler la Pendule. »

*Secondes observations.*

Le limbe étant { Le 11 Mars 1740 . . . . . 44 part. soustr. microm.  
tourné vers l'oc- { Le 15 Mars . . . . . 33  
cident.

Le limbe tourné { Le 16 Mars . . . . . 71 part. add. microm.  
vers l'orient. { Le 19 Avril . . . . . 63  
Le 20 Avril . . . . . 70

Le limbe retourné { Le 25 Avril . . . . . 35 part. nég.  
vers l'occident.

Nous trouvons par les secondes observations, qu'il ne faut « droit ajoûter que 31 parties, qui valent, à très-peu près,  $13\frac{1}{2}$  « secondes, à notre arc de  $2^d 51' 54\frac{1}{4}''$ : il ne viendrait donc « que  $1^d 26' 4''$  pour la distance apparente de l'étoile au zénith, « &  $1^d 26' 5''$  pour la distance vraie. Plusieurs raisons nous « obligeroient, ce semble, à déférer un peu plus à ce second « résultat qu'au premier; outre que toutes les observations qui « nous le fournissent ont été faites de jour, sans qu'il ait été « nécessaire d'éclairer les fils, la détermination est plus complète, « l'instrument ayant été tourné & retourné, & nous sommes « sûrs qu'il n'y a point eu de dérangement dans l'intervalle. Mais « ayant mesuré le 26 d'Avril la corde de l'arc, & l'ayant com- « parée au rayon en la multipliant vingt fois, nous trouvâmes « qu'elle formoit une quantité plus grande d'environ  $\frac{2}{10}$  de ligne. « Nous ne démontâmes l'instrument que le lendemain au soir, « après avoir remesuré son rayon, & avoir examiné si son centre « n'avoit pas changé; & reconnu aussi que toutes les parties »

Z ij

„ avoient toute la solidité possible. Lorsque nous eûmes le limbe  
 „ entre les mains, nous eûmes plus de commodité à bien me-  
 „ surer la corde, & nous trouvâmes encore que répétée 20 fois,  
 „ elle formoit une quantité plus grande que le rayon; non pas  
 „ de  $\frac{9}{10}$  ligne, mais d'environ  $\frac{8}{11}$  ligne. Lorsque je limitai l'arc  
 „ le 17 Février, je le fis le matin, quand la chaleur étoit à  
 „ peu près la même qu'au temps de l'observation, qui se fai-  
 „ soit un peu après sept heures du soir: au lieu que les compa-  
 „ raisons des 26 & 27 Avril se firent dans le temps de la journée  
 „ où le limbe, qui étoit fait de cuivre rouge, avoit dû acquérir  
 „ par la chaleur, quoique toujours à l'ombre, le plus d'exten-  
 „ sion qu'il se pouvoit, par rapport à l'assemblage des barres  
 „ de fer qui formoient le rayon: ainsi cette extension peut  
 „ avoir eu quelque part à la différence que nous avons trouvée.  
 „ Il faut néanmoins que le dérangement que souffrit l'instru-  
 „ ment le 10 Mars, y ait beaucoup plus contribué: car à peine  
 „ la chaleur devoit-elle causer une différence d'un sixième ou  
 „ d'un septième de ligne sur la longueur totale; mais il n'importe  
 „ que le changement vienne de l'une ou de l'autre cause: nous  
 „ l'avons remarqué à peu près vers le temps où se faisoient alors  
 „ les observations, & il faut donc y avoir égard; car tous nos  
 „ examens réitérés tendent à le confirmer unanimement & sans  
 „ variation sensible. L'arc étant trop grand d'environ  $\frac{4}{110}$  ligne,  
 „ il doit valoir, vû les dimensions de notre Secteur, environ  
 „  $4\frac{1}{2}''$  plus que nous ne l'avions supposé, & c'est un peu plus  
 „ de 2 secondes à ajouter au second résultat; ce qui donne 1<sup>d</sup>  
 „ 26' 7" pour la distance vraie de l'étoile au zénith. Comme  
 „ cette seconde détermination ne diffère après cela que de 2 se-  
 „ condes de la première 1<sup>d</sup> 26' 9", il devient indifférent, ou de

s'arrêter au milieu , ou de déferer un peu plus à la seconde. « Nous prenons  $1^d 26' 8''$ ; & telle étoit la distance vraie du « côté du Sud de l'étoile « d'*Orion* au zénith de *Cotchesqui*, vers « le milieu du mois dernier. »

En prenant le milieu entre les observations faites à *Tarqui*, ce qui me paroît le parti le plus sûr après y avoir mieux « pensé, & vû aussi l'observation que M. de la *Condamine* « obtint le 13 Janvier, l'étoile étoit éloignée du zénith de « *Tarqui*, du côté du Nord, de  $1^d 40' 35''$ , & tout l'arc de la « Méridienne, compris entre les observatoires de *Tarqui* & de « *Cotchesqui*, est de  $3^d 6' 43''$ . Il ne reste plus qu'à augmenter « cette quantité du changement qu'a pû recevoir la déclinaison « de l'étoile depuis le commencement de Janvier de cette année, « jusque vers le 15 de Mars: ce changement est très-connu, & « d'ailleurs la situation de l'étoile le rend très-petit. Il faut aussi « avoir égard aux changemens qui peuvent naître ou de la paral- « laxé de l'orbe annuel. ou de la nutation de l'axe même de la « Terre. Je proposai à M. *Godin*, étant à *Cuenca*, de faire pointer « sur l'étoile une lunette rendue fixe, & scellée contre un mur, « pendant le cours de nos observations, afin de voir les varia- « tions auxquelles l'étoile seroit sujette: il me répondit qu'il y « avoit déjà pensé, qu'il se chargeoit de l'exécution. . . C'est « une chose à examiner; mais comme on le peut faire par-tout, « & que d'ailleurs il y a lieu de croire que tous ces change- « mens sont à peine sensibles, puisqu'ils ont échappé aux yeux « de plusieurs Astronomes aussi attentifs qu'habiles, nous avons « cru devoir terminer nos opérations au Pérou, & regarder l'objet « de notre mission comme entièrement rempli. FART à *Quito*, aussi- « tôt mon retour du Signal de *Tanlagoa*, le 6 Mai 1740. « Signé BOUGUER. Au dessous est écrit »:

» Je certifie les faits contenus dans le présent écrit, de la  
 » plupart desquels j'ai été témoin & participant, les observa-  
 » tions ayant été faites alternativement entre M. *Bouguer* & moi.  
 » Je n'ai pu me rendre que quelques jours après M. *Bouguer* à  
 » *Cotchesqui*, ayant été retenu à *Quito*, & obligé de vaquer, en  
 » qualité d'exécuteur testamentaire, à des affaires qui intéres-  
 » soient la mémoire de feu M. *Seniergues* Chirurgien de la Com-  
 » pagnie, & l'honneur de la Nation; ainsi je n'ai pas assisté  
 » aux dispositions préliminaires qui ont précédé la monture de  
 » l'instrument & de la lunette, persuadé d'ailleurs que je ne pou-  
 » vois mieux faire que de m'en rapporter entièrement à M.  
 » *Bouguer*; mais j'arrivai à *Cotchesqui* avant la première obser-  
 » vation, & je crus que pour pouvoir déposer des faits avec  
 » connoissance de cause & comme témoin oculaire, je devois  
 » vérifier par moi-même la grandeur du rayon de notre Sec-  
 » teur, & son rapport à la corde de l'arc qui devoit mesurer la  
 » distance de l'étoile au zénith; ce que j'exécutai le 18 Février  
 » dernier. Je trouvai le rayon égal à vingt fois la corde, sans dif-  
 » férence sensible de la mesure que M. *Bouguer* lui avoit pro-  
 » curée, laquelle fut aussi vérifiée dans le même temps par  
 » M. *Verguin*; ce qui sert de confirmation à l'exactitude de cette  
 » première mesure. Il n'est pas moins certain (quelle qu'en puisse  
 » être la cause) que le rayon s'est trouvé plus court de près de  
 »  $\frac{1}{4}$  de ligne, quand nous le remesurâmes les 27 & 28 Avril  
 » dernier après notre dernière observation. Nous avons cherché  
 » à douter d'un fait auquel nous nous étions si peu attendus;  
 » ce qui a rendu nos examens plus scrupuleux, & nos doutes  
 » n'ont cédé qu'à l'évidence. J'ose même assurer que la quan-  
 » tité dont nous avons jugé le rayon raccourci, n'est nulle-  
 » ment exagérée, non plus que la différence que je trouvai à

Tarqui le 15 Janvier dernier dans notre première mesure, « que j'estimai alors de  $\frac{23}{100}$  de ligne, & dont j'ai fait mention « dans le rapport ou procès verbal de notre observation. Enfin « ce n'est qu'après nous être vus forcés d'admettre ce change- « ment de longueur du rayon, que nous avons fait réflexion « qu'il rapprochoit nos deux déterminations. Quant à ce que « nous n'appliquons qu'à la dernière l'équation qui résulte de « cette variation, indépendamment des raisons rapportées par « M. Bouguer, qui portent à croire que le changement s'est fait « ( du moins la plus grande partie ) tout-à-coup, & entre les « deux observations, il est certain que quand on voudroit sup- « poser qu'il s'est fait successivement & proportionnellement au « temps écoulé entre les deux observations du 19 Février & « du 25 Avril, ce qui semble ne pouvoir se concilier avec la « solidité de l'assemblage de toutes les parties de l'instrument, « que nous reconnûmes en le démontant : la première déter- « mination ne seroit pas sensiblement affectée du changement « supposé successif; au lieu que la dernière, tirée d'observations « dont le cours a duré près de deux mois, se trouveroit chargée « de presque tout l'effet produit par le raccourcissement du rayon. « A Quito, le 6 Mai 1740. Signé LA CONDAMINE. En- « suite est écrit ce qui suit :

Je soussigné, certifie la vérité de tous les faits ci-dessus « rapportés, tant pour avoir assisté à tout dès le commence- « ment, que pour y avoir aidé. J'ai eu aussi le loisir de regarder « à la lunette dans plusieurs observations. FAIT à Quito, le « 6 Mai 1740. Signé VERGUIN ».

## ARTICLE XIII.

*Table d'Observations de l'Étoile  $\epsilon$  d'Orion, faites en commun à Cochesqui en 1740.*

*Réduites au premier Janvier 1743, & au nouvel observatoire, 14 $\frac{1}{2}$  toises plus au Nord qu'en 1740.*

*Première Suite d'Observations, dans lesquelles l'arc étoit de 2 $^d$  51' 54 $''$ ,2, & sa corde  $\frac{1}{10}$  du rayon.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre	EQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janv. 1743.	
			Précision des Equinoxes	Abrégement de la Lumière.	Rotation de l'AXE terrestre.		
Le limbe tourné à l'orient.	19 Fevr. 1740.	+ 12 $''$ , 3	— 9 $''$ , 0	— 5 $''$ , 8	— 8 $''$ , 4	— 10 $''$ , 9	13 $''$ , 5
	21	+ 9, 6	— 9, 0	— 5, 9	— 8, 4	— 13, 7	
	22	+ 7, 4	— 9, 0	— 5, 9	— 8, 4	— 15, 9	
à l'occident.	1 Mars 1740.	+ 12, 7	— 8, 9	— 6, 4	— 8, 2	— 10, 8	24 $''$ , 9
	2	+ 9, 2	— 8, 9	— 6, 5	— 8, 2	— 14, 2	
	5	+ 14, 5	— 8, 9	— 6, 6	— 8, 2	— 8, 8	
	8	+ 12, 3	— 8, 8	— 6, 7	— 8, 1	— 11, 5	
	9	+ 12, 3	— 8, 8	— 6, 7	— 8, 1	— 11, 5	
			Arc du Secteur. . . . .			2 $^d$ 51' 54 $''$ ,2 $\frac{2}{5}$	
			Double distance au Zénith observée. . . . .			2 $^d$ 51' 29 $''$ ,3 $\frac{2}{5}$	
			Distance apparente au Zénith, du côté du Sud, observée en 1740. . . . .			1 25 44, 6 $\frac{2}{5}$	
			Réduction à l'observatoire de 1743 . . . . .			+ 0, 9	
			Premier Résultat. Distance appar. de $\epsilon$ d'Orion au Zénith de Cochesqui vers le Sud, le 1 $^r$ Janv. 1743. . . . .			1 $^d$ 25' 45 $''$ ,6	

*Seconde Suite. L'arc plus grand que dans la précédente de 4 $\frac{1}{2}$  $''$  & par conséquent de 2 $^d$  51' 58 $''$ ,7.*

à l'occident.	11 Mars	— 19 $''$ , 3	— 8 $''$ , 8	— 6 $''$ , 8	— 8 $''$ , 1	— 43 $''$ , 0	39 $''$ , 2
	15	— 14, 5	— 8, 7	— 6, 9	— 8, 1	— 38, 2	
	25 Avril.	— 15, 3	— 8, 4	— 5, 3	— 7, 5	— 36, 5	
à l'orient.	16 Mars	+ 31, 1	— 8, 7	— 6, 9	— 8, 1	+ 7 $''$ , 4	31 $''$ , 8
	19 Avril	+ 27, 6	— 8, 4	— 5, 8	— 7, 6	+ 5, 8	
	20	+ 30, 7	— 8, 4	— 5, 8	— 7, 6	+ 8, 9	
			Arc du Secteur, augmenté de 4 $''$ ,5 par l'examen du 29 Avril. . . . .			2 $^d$ 51' 58 $''$ ,7	
			Double distance au Zénith observée. . . . .			2 51 26, 9	
			Distance apparente au Zénith, du côté du Sud, observée en 1740. . . . .			1 25 43, 5	
			Réduction à l'observatoire de 1743 . . . . .			+ 9	

*Second Résultat. Distance appar. de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Cochesqui du côté du Sud, le 1 $^r$  Janv. 1743. . . . .*  
Remarques

*Remarques sur les observations de la Table précédente.*

Ces observations nous avoient donné d'abord  $1^d\ 26'\ 7''$  pour la distance *apparente* moyenne de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith de *Cotchesqui*, en 1740 (p. 164 & 165); il faut en retrancher  $23''$  pour réduire cette distance au 1<sup>er</sup> Janv. 1743, toutes les équations se trouvant négatives; comme on le voit en détail par la Table précédente. On trouvera donc la distance au zénith de *Cotchesqui* de  $1^d\ 25'\ 44''$  pour le premier Janvier 1743, & de  $1^d\ 25'\ 45''$  quatorze toises & demie plus au Nord, à l'endroit où M. *Bouguer* opéra, dans le temps de nos observations correspondantes & simultanées.

On a vu par le procès verbal des observations faites à *Cotchesqui* en 1740, que les fourchettes de sept pouces qui portoient la lunette avoient été accourcies de moitié depuis les premières observations de 1739 à *Tarqui*: mais le nombre n'en avoit pas encore été augmenté; & l'inconvénient, dont j'ai examiné les suites dans l'article XI, pouvoit subsister en partie. Il devoit seulement être fort diminué; aussi ne trouvâmes-nous en 1740, la distance au zénith trop petite, à *Cotchesqui*, que de quelques secondes; au lieu que nous l'avions trouvée en 1739 à *Tarqui*, de 19 & de 27 secondes moindre que la véritable.

Ce ne fut qu'en Septembre 1741, lorsque M. *Bouguer* multiplia le nombre des supports de la lunette, que le Secrétaire acquit toute la solidité nécessaire. Du moins c'est depuis cette époque, que toutes les observations faites à différentes reprises avec cet instrument, quoique par divers Observateurs & sur différens arcs, ont commencé à donner constamment une même distance au zénith; ce qui a continué pendant le

reste de 1741, en 1742 & 1743, presque sans variation, autre que celle qui résulte de la somme des équations pour la précession des équinoxes, & l'aberration de la lumière. C'est ce qui sera prouvé évidemment en son lieu.

Quoi qu'il en soit, la distance de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au zénith de *Cotchesqui*, observée en 1740, & réduite au 1<sup>er</sup> Janvier 1743, ne différera que de 3 ou 4 secondes de celle qui résulte de nos observations simultanées; & cette petite différence, distribuée sur notre arc de 3 degrés 7 minutes, ne seroit guère que d'une seconde par degré.

De-là on pourroit être tenté de conclure qu'il n'étoit pas nécessaire de répéter nos observations à *Cotchesqui*; mais après l'expérience d'une erreur de 23 secondes à *Tarqui*, dans le moyen résultat de trois Suites d'observations, que nous regardions comme exactes (*Voy. Proc. verb. page 135*), nous étoit-il permis de présumer qu'il n'y auroit rien à réformer à celui de *Cotchesqui*, tiré de deux Suites seulement d'observations, dont l'une même est incomplète? Ce n'étoit qu'en les répétant avec de nouvelles précautions, que nous pouvions juger du degré de foi qu'elles méritoient; & les raisons qu'il y avoit d'ailleurs (*Voy. Introd. historig. à l'année 1742*) pour observer en même temps aux deux extrémités de l'arc du Méridien, étoient si fortes, que nous n'eussions pas été excusables, si nous eussions négligé de donner à notre détermination de la valeur du degré, un caractère singulier d'authenticité, en prenant une précaution qui n'avoit jamais été employée, & qui, de l'aveu même de M. Bouguer (*Mém. de l'Acad. 1744, pages 292 & 293*), tranche toutes les difficultés.



## ARTICLE XIV.

*Observations diverses de l'étoile  $\alpha$  d'Orion, faites à Quito, en deux différens endroits; en 1737, 1740, 1741 & 1742.*

*Réduites au premier Janvier 1743, & à la Tour de la Mercy.*

DATES & lieux des Observations.	DISTANCES au Zenith observées du côté du Sud	ÉQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janvier 1743.	Equations pour la diff. latit. des observatoir.	Observations réduites à la Tour de la Mercy.
		Précision des Equinoxes	Aberration de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.			
A l'Observatoire de Sainte Barbe.							
1737. 15 Janv.	1 <sup>d</sup> 10' 38",2	— 18",9	— 2",0	— 12",6	1 <sup>d</sup> 10' 4",7	— 4",9	1 <sup>d</sup> 9' 59",8
15 Juill.	1 10 34,9	— 17,3	+ 4,8	— 12,5	1 10 9,9	— 4,9	1 10 5,0
A l'Observatoire de la Mercy.							
1740. 15 Sept.	1 10 19,8	— 7,3	+ 9,9	— 6,7	1 10 15,7	0,0	1 10 15,7
15 Oct.	1 10 20,4	— 7,0	+ 9,2	— 6,2	1 10 16,4	0,0	1 10 16,4
1741. 15 Janv.	1 10 31,1	— 6,2	— 2,1	— 5,7	1 10 17,1	0,0	1 10 17,1
1742. 15 Juill.	1 10 13,0	— 1,5	+ 4,9	— 1,4	1 10 15,0	0,0	1 10 15,0

*Remarques sur les observations de la Table précédente.*

Je me suis contenté de marquer dans la Table précédente, le résultat de cinq différentes Suites d'observations, faites à Quito en différens temps & par différens Observateurs. Il eût été trop long de rapporter en détail toutes les observations dont chaque Suite étoit composée. Les dates ont été fixées dans la Table, à un jour à peu près également éloigné du commencement & de la fin du temps où l'on a observé: par exemple, on a daté du 15 Janvier les observations faites dans le cours de Janvier; & ainsi des autres.

Voici quelques remarques sur chacun de ces résultats en particulier; & sur-tout à l'égard des deux premiers, qui dans

Aa ij

la Table sont rapportés au 15 Janvier & au 15 Juillet 1737. L'un & l'autre ont été tirés d'observations qui nous sont communes, à M. *Codin*, M. *Bouguer* & moi, & qui n'ont pas été faites dans le dessein formel d'en conclure la valeur du degré. Nous n'avions alors pour but que de vérifier la position de la lunette du Secteur, après l'observation des Solstices de Décembre 1736 & Juin 1737; mais comme nous observâmes pour cette vérification la distance verticale de l'étoile *d'Orion*, la même qui a toujours été observée depuis, pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien, l'on peut faire servir ces premières observations au même usage.

Notre Secteur de douze pieds de rayon, avec lequel elles furent faites en 1737, étoit en ce temps-là tel que nous l'avions apporté de France à *Quito*, pour pouvoir observer, sous l'Equateur même, le Soleil dans les deux Tropiques, & en conclure l'obliquité de l'Ecliptique. Le limbe comprenoit alors un arc de 30 degrés, divisé en minutes. L'instrument étoit suspendu vers son milieu par un genou cylindrique, comme un Quart-de-cercle ordinaire, & porté sur un pied destiné à un de ces instrumens.

Quelque soin que nous prissions dans le temps de ces premières observations pour faire répondre le fil-à-plomb précisément sur un point de la division, il n'étoit pas possible de l'y maintenir long-temps. Il y a bien de l'apparence que le poids considérable du total des pièces dont étoit alors formé le Secteur, faisoit quelquefois céder insensiblement les vis de son pied, trop foible pour le corps de l'instrument. D'ailleurs, la nature de sa suspension par un seul point, & la grande surface que le limbe & ses arc-boutans présentoient au vent,

auquel le Secteur étoit fort exposé, le rendoient sujet à une trépidation qui se renouveloit & augmentoit à la moindre agitation de l'air.

En effet, je ne crois pas que dans le temps dont je parle, nous ayons consommé une seule observation, sur un des points marqués sur le limbe, de minute en minute, desquels seuls nous avions compté faire usage: & nous n'avons pû nous passer du secours des transversales; auxquelles l'ouvrier n'avoit pas apporté, à beaucoup près, la même attention qu'aux points.

Toutes ces raisons ont souvent rendu notre estime incertaine; & elle l'eût été bien davantage, si elle n'eût été faite à l'instant même de l'observation. Tandis que *M. Godin* avoit l'œil à la lunette, & tournoit l'index du Micromètre jusqu'à ce qu'il eût atteint l'étoile avec le fil mobile, nous nous relevions alternativement, *M. Bouguer* & moi, pour estimer la minute & la seconde où répondoit le fil-à-plomb. Je n'ai donc pas balancé à préférer le nombre estimé dans ce moment, à celui que nous avons quelquefois tous vû, une ou deux minutes après, & qui différoit du premier de plusieurs secondes, une fois entr'autres de 10" très-évidemment.

Deux autres circonstances peuvent encore nous faire naître quelque doute sur l'exactitude des deux premiers résultats de la Table. Premièrement, les observations sur lesquelles ils sont fondés ont été faites avec l'ancien Secteur de 30 degrés, sur des divisions tracées par l'ouvrier, & desquelles nous ne pouvions pas répondre; au lieu que toutes les autres observations ont été faites sur des arcs tracés par nous-mêmes, & dont nous connoissions exactement la valeur. Secondement, le Secteur n'a jamais été tourné qu'une fois pendant le cours

de chacune de ces deux Suites d'observations; au lieu que dans toutes les autres, l'instrument a non seulement été détourné, mais remis au moins une fois dans la première situation.

Si à toutes ces causes d'erreur, particulières aux deux résultats de Janvier & de Juillet 1737, on joint celles qui sont exposées dans les articles VIII & suivans, & celles qui nous restent à examiner; au lieu d'être surpris que deux observations, qui ont précédé toutes les autres de plusieurs années, & qui ont été faites avec un autre instrument, ne s'accordent pas parfaitement avec les simultanées, auxquelles tout nous engage à donner la préférence; on s'étonnera peut-être avec raison qu'elles ne s'en éloignent que de quelques secondes.

Au reste le résultat du 15 Juillet est celui des deux de 1737, qui approche le plus du résultat des observations simultanées. *Orion* passoit alors de jour, & l'on ne fut pas obligé d'éclairer les fils de soie\* du foyer de la lunette: ce qui, tout le reste étant égal, doit vrai-semblablement avoir rendu cette dernière observation plus sûre que la précédente; & d'autant plus qu'au mois de Janvier, on éclairoit les fils du Micromètre d'une manière incommode, en approchant de l'objectif une bougie qu'on étoit obligé de placer presque dans l'axe de la lunette, & qui déroboit souvent la vûe de l'étoile. D'ailleurs cette bougie, malgré l'enveloppe de papier dont on tâchoit de lui faire un abri, étoit exposée à l'action du vent, & sa flamme agitée causoit dans la lunette des réfractions irrégulières. Dans

\* Au lieu de fil d'argent, notre Micromètre n'étoit garni que de fils de soie simples, moins solides, mais plus commodes pour observer de jour; en ce qu'étant beaucoup plus fins que ceux d'argent, ils ne cachent pas l'étoile par leur épaisseur, même en plein jour.

toutes les observations postérieures, les fils ont été éclairés plus commodément, par une ouverture faite au bas de la lunette, proche de l'oculaire.

Je ne dois pas non plus oublier de remarquer, que les observations de la distance d'*Orion* au zénith de *Quito*, au mois de Janvier 1737, furent notre coup d'essai en ce genre, & qu'elles ont, pour ainsi dire, servi de prélude à toutes celles de même nature, qui nous ont depuis si fort exercés jusques en 1743. Au reste, je ne pûs assister à celles dont il est ici question que jusqu'au 19 Janvier 1737 que je partis pour *Lima*\*; mais j'en revins à temps, pour prendre part aux observations du Solstice de Juin de la même année.

Il a fallu ajouter près de 5 secondes pour réduire les deux distances de l'étoile au zénith, en Janvier & Juin 1737, au même lieu que les quatre suivantes, qui ont été observées en 1740, 1741 & 1742: parce que l'endroit où ont été faites les premières observations, & qui est marqué *K* sur le plan de *Quito*, est plus septentrional de 75 toises que la Tour de la *Mercy*; & que le centre de cette Tour n'est que de deux toises plus Nord que le point *L*, où nous avons toujours observé depuis 1737. Au reste, cette équation de 5", au lieu de rapprocher les résultats des observations de 1737 de ceux des années suivantes, les en éloigne davantage.

Les quatre derniers résultats de la Table sont tirés d'observations postérieures au changement de forme & de suspension de notre Secleur, & même aux observations de *Tarqui* & de *Cotchesqui* en 1739 & 1740, rapportées dans les articles

\* Pour y aller chercher des secours qui pussent nous mettre en état de continuer nos opérations.

précédens, & que nous avons depuis abandonnées. Les trois résultats qui ont pour date les 15 Sept. 15 Octobre 1740 & 15 Janvier 1741, sont de *M. Bouguer*. Je ne rapporte point celui d'une observation que j'avois fort avancée au mois de Décembre 1740; parce qu'elle ne fut pas terminée. J'eus lieu de croire, par les variations que je remarquai les derniers jours, que le Secteur avoit souffert quelque dérangement; mais je ne pûs achever de m'en convaincre, *M. Bouguer* ayant touché à l'objectif, pour mettre la lunette à son point, le jour que je devois retourner l'instrument.

Le dernier résultat, en date du 15 Juillet 1742, est de moi. J'avois commencé à observer dès le mois de Mai; mais je perdis de vûe l'étoile dans les rayons du Soleil avant que d'avoir tourné le Secteur, & je n'ai tiré la distance au zénith employée dans la Table, que des observations faites depuis que l'étoile eut recommencé à paroître. Celles-ci l'ont été en plein jour, & sans qu'il fût besoin d'éclairer les fils. On voit par la Table que les quatre dernières distances au zénith, réduites à une même époque, ne diffèrent pas entr'elles de 3"; & que les différences de 7, 8, & 18 secondes, qui se trouvent entre mon observation de Juillet 1742, & celles de *M. Bouguer* en 1740 & 1741, un an & demi ou deux ans auparavant, s'évanouissent presque entièrement par la réduction à la même date.

L'accord de ces quatre résultats, rend les deux précédens tirés des observations de Janvier & Juin 1737, d'autant plus suspects, que ceux-ci diffèrent des autres de plus de dix secondes. Une erreur dans la division de l'ancien limbe, de laquelle nous ne pouvons répondre comme des arcs que nous  
avons

avons depuis tracés nous-mêmes, pourroit causer toute cette différence. Quoi qu'il en soit, si l'on prend un milieu entre les six résultats de la Table précédente, qui sont tirés d'observations faites à *Quito* dans le cours d'environ six ans, par divers Observateurs; on aura la distance apparente de l'étoile  $\epsilon$  d'*O*-*rian* au zénith de la Tour de la *Mercy* de *Quito* de  $1^{\text{d}} 10' 11''$ ,4 pour le premier Janvier 1743; & si à cette quantité on ajoute celle de  $15' 41''$  pour la réduire à notre observatoire de *Cotchesqui*, lequel est 14839 toises plus Nord que la même Tour\*, on trouvera la distance apparente de l'étoile au zénith, de  $1^{\text{d}} 25' 52''$ , toute réduction faite; ce qui ne diffère guère, comme on le verra bien-tôt, du résultat des dernières observations de *M. Bouguer* à *Cotchesqui* à la fin de 1742.

Ce n'est qu'à force de faire successivement des changemens à notre Secteur pour le rendre plus solide, & à force de prendre les nouvelles précautions qu'une expérience continuelle nous suggéroit de jour en jour, que nos observations parvinrent par degrés à acquiescer cette uniformité, que nous avions en vain désirée dans les anciennes.

C'est de quoi fournissent une nouvelle preuve les observations même de la Table suivante, dont les trois dernières Suites, postérieures au mois de Septembre 1741, donnent les premiers résultats, sur lesquels nous pouvons faire fond.

\* Distance du Signal de *Cotchesqui* à la perpendiculaire à la Tour de la *Mercy* de *Quito*, réduite au niveau de *Carabourou*, 148125,91 (*Part. I, art. XVIII, p. 68.*); plus 251,06, dont l'observatoire de *Cotchesqui* étoit plus Nord que le Signal en 1742 (*p. 103*); plus 1 toise pour l'excès de la hauteur moyenne du terrain entre *Cotchesqui* & *Quito*, au dessus de *Carabourou*, évalué à 250 toises (*Part. I, art. XIV, p. 55 & 56*).

## ARTICLE XV.

*Table des Observations de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion, faites à Tarqui en 1741,  
par M. Bouguer,*

*Sur un arc de  $3^d 22' 22''$ : dont la corde étoit de  $7''$  plus grande que la  $1^re$  partie du rayon.*

*Réduites au premier Janvier 1743.*

*Première Suite d'Observations.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			REDUCTION au 1 Janvier 1743.	MILIEUX.	RESULTATS.
			Precision des Equinoxes	Aberation de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.			
Le limbe tourné, à l'orient.	{ 5 Mars 1741.	- 2' 20",3	+ 5",7	+ 6",6	+ 5",3	- 2' 02",7	- 2' 2",7	+ 31",3
à l'occident.		{ 17.	+ 2 16,3	+ 5,6	+ 6,9	+ 5,2	+ 2 34,0	
Arc du Secteur . . . . .								3 <sup>d</sup> 22' 22",0
Double distance au Zénith, observée . . . . .								3 <sup>d</sup> 22' 53",3
Premier Résultat. Dist. appar. de $\epsilon$ d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1 <sup>er</sup> Janv. 1743. . . . .								1 41 26,6

On fait plusieurs changements au Secteur.

*Seconde Suite d'Observations.*

à l'occident.	{	28 Juillet.	—	48',2	+ 4",5	— 6",3	+ 4",3	— 45",7	48",0	} + 0' 07",9
		29	—	48,1	+ 4,5	— 6,4	+ 4,3	— 45,8		
		1 Août.	—	49,5	+ 4,5	— 6,9	+ 4,3	— 47,6		
		15	—	49,5	+ 4,4	— 8,1	+ 4,2	— 49,0		
		16	—	52,6	+ 4,4	— 8,1	+ 4,2	— 52,1		
à l'orient.	{	9 Août.	+	52,6	+ 4,4	— 7,7	+ 4,2	+ 53,5	55,9	} + 0' 07",9
		12	+	56,1	+ 4,4	— 7,9	+ 4,2	+ 56,8		
		19	+	57,4	+ 4,3	— 8,5	+ 4,2	+ 57,4		
Arc du Secteur . . . . . 3 22 22,0										

Second Résultat. Dist. appar. d' $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743. . . . . 1 41 15,0

On remet de nouvelles fois au Micromètre.

*Troisième Suite d'Observations.*

à l'orient.	{ 12 Sept.	- 23",2	+ 4",1	- 9",8	+ 3",6	- 25",3	. . . . .	1",7
à l'occident.	{ 13	+ 21,5	+ 4,1	- 9,8	+ 3,6	+ 23,6		

Après avoir ditourné une seconde fois l'instrument,  
M. Bouguer reconnut par observation & par mesure actuelle  
qu'il s'en étoit dérangé.

Arc du Secteur . . . . .  $3^d 22' 22,0$

Double distance au Zénith, observée . . . . .  $3^d 22' 20",3$

Troisième Résultat. Dist. appar. d' $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743. . . . . 1 41 10,1



On démonte le Secteur, on rive ses vis, & on l'assembla par de nouveaux liens de fil de fer.

*Quatrième suite d'Observations.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			REDUCTION au 1 Janvier 1743.	MILIEUX.	RESULTATS.
			Précision des Equinoxes	Aberration de la Lumière.	Rotation de l'Axe terrestre.			
Le limbe tourné à l'orient.	9 Oct. 1741. 11	+ 46",9	+ 3",9	- 9",6	+ 3",0	+ 44",2	+ 45",3	1",2
		+ 49,1	+ 3,9	- 9,5	+ 3,0	+ 46,5		
à l'occident.	27 28	- 43,8	+ 3,7	- 8,4	+ 2,9	- 45,6	- 44,1	
		- 40,8	+ 3,7	- 8,4	+ 2,9	- 42,6		

Le Limbe ayant été retourné une seconde fois vers l'Orient, une observation de α du Verseau, au déclin d's d'Orion, prouve que le Secteur n'a point varié.

Arc du Secteur . . . . . 3 22 22,0

Double distance au Zénith, observée . . . . . 3<sup>d</sup> 22' 23",2

*Quatrième Résultat.* Distance appar. d's d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743. . . . . 1 41 11,6

M<sub>2</sub> Bouguer démonte de nouveau le Secteur, il ajoute un support & de nouveaux liens à la Lunette.

*Cinquième suite d'Observations.*

à l'occident.	18 Nov.	+ 18,3	+ 3,5	- 6,1	+ 2,8	+ 19,0	+ 18,2	3",7
	19	+ 14,9	+ 3,5	- 6,0	+ 2,8	+ 15,2		
	22	+ 19,7	+ 3,5	- 5,7	+ 2,8	+ 20,3		
	23	+ 17,5	+ 3,5	- 5,6	+ 2,8	+ 18,2		
à l'orient.	20 Nov.	- 22",8	+ 3",5	- 5",9	+ 2",8	- 22",4	- 21",9	
	21	- 21,9	+ 3,5	- 5,8	+ 2,8	- 21,4		

Arc du Secteur . . . . . 3 22 22

Double distance au Zénith, observée . . . . . 3<sup>d</sup> 22' 18",3

*Cinquième Résultat.* Distance appar. d's d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743. . . . . 1 41 9,2

On fait de nouveaux changemens à la Lunette, on ôte le diaphragme (ou pinnule de l'oculaire), & on le scelle de nouveau.

*Sixième suite d'Observations.*

à l'occident.	2 Déc.	4	+	57,0	+	3,4	-	4,3	+	2,7	+	58,8	+ 56,5	4",0
			+	52,2	+	3,4	-	4,1	+	2,7	+	54,2		
à l'orient.	3 Déc.		-	54",4	+	3",4	-	4",2	+	2",7	-	52",5	- 52",5	

Arc du Secteur . . . . . 3 22 22

Double distance au Zénith . . . . . 3<sup>d</sup> 22' 26"

*Sixième Résultat.* Distance apparente d's d'Orion au Zénith de Tarqui vers le Nord, au 1<sup>er</sup> Janvier 1743. . . . . 1 41 13

Bb ij

*Remarques sur les observations de la Table précédente.*

Toutes ces observations m'ont été communiquées par M. *Bouguer* dans la lettre de *Tarqui* du 5 Décembre 1741; je n'ai fait que leur donner la forme d'une Table, en les réduisant, comme toutes les autres, au premier Janvier 1743.

Cette Table comprend six Suites d'observations, & six résultats indépendans l'un de l'autre, y ayant toujours eu entre la Suite précédente & la suivante quelque changement fait à l'instrument, soit pour le rendre plus solide, soit pour varier les procédés des observations. Du reste, elles ont toutes été faites sur le même arc.

L'intention de M. *Bouguer* avoit été de prendre pour corde la dix-septième partie du rayon; mais apparemment qu'en pesant, pour marquer les points extrêmes de l'arc, sur la tête du compas d'arrêt, ouvert de la quantité qu'on avoit portée dix-sept fois sur le rayon (*Voyez Part. II, art. IV, page 118*), les pointes firent ressort, & s'écartèrent en glissant un peu au dehors de l'arc. Quoi qu'il en soit, après que les *rebarbes* furent usées, la distance des deux points se trouva trop grande, d'une quantité qui fut évaluée par M. *Bouguer* à 7": ce qui fit que l'arc au lieu de 3<sup>d</sup> 22' 15" qu'il avoit eu dessein de lui donner, se trouva de 3<sup>d</sup> 22' 22"; tel qu'il a été employé dans la Table.

Le premier résultat des 5 & 17 Mars 1741, s'accordoit en apparence avec les suivans, avant qu'on y eût appliqué les équations. Depuis les corrections & la réduction à une même époque, il diffère des autres de 14 à 15"; & indépendamment de cette considération, il ne mérite aucune foi;

non seulement parce que l'instrument n'a pas été retourné une seconde fois, comme nous l'avons observé invariablement, depuis que nous eûmes remarqué la facilité qu'il avoit à se déranger; mais encore, parce que son dérangement en cette occasion, qui n'avoit d'abord été que soupçonné, fut depuis confirmé & prouvé évidemment; M. *Bouguer* ayant reconnu, par plusieurs observations immédiatement suivantes, qu'il se vit obligé d'abandonner, que le Secteur changeoit d'état en le retournant. Je n'ai donc rapporté ce premier résultat que pour n'en omettre aucun de ceux que nous nous sommes communiqués, & dont le défaut n'avoit pas d'abord été manifestement reconnu.

Le second & le troisième, l'un du commencement d'Août, l'autre de la mi-Septembre, n'ont guère plus d'autorité que le précédent, & par une raison semblable. Le 30 Septembre; M. *Bouguer* ayant retourné l'instrument une seconde fois, ne retrouva plus le même nombre qu'il avoit observé dans la première situation de l'instrument; & de plus, il vérifia par mesure actuelle, que le Secteur s'étoit encore dérangé dans l'opération du *retournement*; ce qui doit au moins rendre suspect le résultat précédent du mois d'Août; quelque conforme qu'il soit d'ailleurs, à ceux qui ont été tirés des observations faites depuis que le Secteur eut acquis toute la solidité requise.

Il faut avouer que jusqu'au temps dont je parle, nous n'avions réussi à mettre notre Secteur à l'abri de pareilles variations, ni à *Tarqui*, ni à *Cotchesqui*, ni à *Quito*; & que par conséquent nous ne pouvons compter sûrement sur aucunes des observations antérieures; mais le dérangement reconnu le 30 Septembre 1741 dans l'assemblage des parties du Secteur,

fut le dernier de cette nature. Ce jour-là même, *M. Bouguer* travailla efficacement à remédier une fois pour toutes, à la facilité qu'avoit eue jusque-là cet instrument à changer de figure; il le fit démonter, il en fit resserrer, & ensuite river toutes les vis; il fit fortifier tout l'ensemble par des liens de fil de fer, & par une traverse horizontale; il ajouta un support à la lunette, & y mit outre cela de nouveaux liens tenant lieu de supports; pour ne faire de la lunette qu'un seul corps, avec le rayon qui la soutenoit. Il recueillit bien-tôt le fruit de ses peines. Depuis ce temps, quoiqu'il ait encore démonté le Secteur, & fait entre les observations postérieures divers changemens, qui faisoient varier l'axe optique de la lunette & le nombre des parties du Micromètre; l'assemblage total du Secteur a paru inébranlable. Aussi les trois résultats suivans s'accordent-ils, sans que l'application des équations, qui nous étoient alors inconnues, change rien à cet accord.

La moyenne distance au zénith, tirée de ces trois résultats, est  $1^d 41' 11\frac{1}{4}''$ . Si on y joint le second, que je n'ai exclus, que parce que l'instrument s'étoit dérangé après le troisième, la distance moyenne au zénith diminuera seulement de  $\frac{1}{4}$  de seconde. Enfin quelle que soit celle qu'on adopte, elle sera toujours la même, à une seconde près, que ce que je trouvai un an après, pendant un cours d'observations de six mois, que je fis au même lieu: après avoir nouvellement reconstruit le Secteur, qui, dans l'intervalle, avoit été transporté à *Quito*, & étoit revenu à *Targui*; après avoir tracé sur le limbe un nouvel arc; & pour ainsi dire, après avoir formé un instrument tout nouveau; indépendamment des nouvelles attentions que j'apportai d'ailleurs, dont je vais bien-tôt rendre compte,

## ARTICLE XVI.

*Dernières observations, faites à Cotchesqui, au Nord de la Méridienne, correspondantes à celles qui ont été faites en même temps, à l'extrémité Sud.*

*TABLE des distances de l'Etoile  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Cotchesqui, observées par M. Bouguer à la fin de 1742, & réduites au 1<sup>er</sup> Janv. 1743.*

*Première Suite d'Observations, faites sur un arc de  $2^d 51' 54''{,}3$ , dont la corde étoit  $\frac{2}{3}$  du rayon.*

SITUATION du Limbe.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITES moyennes.	RESULTATS.
			Précision des Equinoxes.	Altération de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.			
Le limbe tourné à l'occident.	9 Août 1742.	+ 2' 2"	- 1",3	+ 7",6	- 1",0	+ 2' 7",3	+ 2' 4",2	- 0 <sup>d</sup> 0' 9",4
	11	+ 1 59	- 1,3	+ 7,8	- 1,0	+ 2 4,5		
	12	+ 2 0	- 1,3	+ 7,9	- 1,0	+ 2 5,6		
	17	+ 1 56	- 1,2	+ 8,3	- 0,9	+ 2 2,2		
	18	+ 1 55	- 1,2	+ 8,4	- 0,9	+ 2 1,3		
à l'orient.	13	- 2 22	- 1,2	+ 8,0	- 0,9	- 2 16,1	- 2 13,6	
	15	- 2 17	- 1,2	+ 8,2	- 0,9	- 2 10,9		
	16	- 2 20	- 1,2	+ 8,3	- 0,9	- 2 13,8		

Arc du Secteur. . . . .  $2^d 51' 54''{,}3$

Double distance d' $\epsilon$  au Zénith, observée . . . . .  $2 51 44,9$

Premier Résultat. Dist. appar. d' $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Cotchesqui, vers le Sud, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743 . . . . .  $1 25 52,4$

M. Bouguer démonte l'instrument, change l'objectif de place, retiffre les vis, & affermit avec des fils de fer les supports de la lunette.

## Seconde Suite d'Observations.

L'Arc est le même que pour les observations précédentes, & de . . . . .  $2^d 51' 54''{,}3$

à l'orient.	20 Août	- 2' 2"	- 1",1	+ 8",6	- 0,8	- 1' 55",3	- 1' 56",6	7,5
	23	- 2 6	- 1,1	+ 8,8	- 0,8	- 1 59,1		
	24	- 2 3	- 1,1	+ 8,9	- 0,8	- 1 56,0		
	27 Septembre.	- 2 8	- 0,9	+ 9,9	- 0,4	- 1 59,4		
	28	- 2 8	- 0,9	+ 9,9	- 0,4	- 1 59,4		
	29	- 2 4	- 0,9	+ 9,9	- 0,4	- 1 55,4		
	4 Octobre.	- 2 2 $\frac{1}{2}$	- 0,8	+ 9,8	- 0,3	- 1 53,8	+ 1' 49",1	
	5	- 2 6	- 0,8	+ 9,8	- 0,3	- 1 57,3		
	6	- 2 2	- 0,8	+ 9,7	- 0,3	- 1 53,4		
à l'occid.	30 Août.	+ 1 44	- 1,1	+ 9,2	- 0,7	+ 1 51,4		
	31	+ 1 42	- 1,1	+ 9,2	- 0,7	+ 1 49,4		
	1 Septembre.	+ 1 40	- 1,1	+ 9,3	- 0,7	+ 1 47,5		
	2 Octobre.	+ 1 41	- 0,8	+ 9,8	- 0,3	+ 1 49,7		
	3	+ 1 37	- 0,8	+ 9,8	- 0,3	+ 1 45,7		
	8	+ 1 42	- 0,7	+ 9,7	- 0,2	+ 1 50,8		

Double distance d' $\epsilon$  au zénith, observée . . . . .  $2 51 46,8$

Second Résultat. Dist. appar. de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Cotchesqui, vers le Sud, au 1<sup>er</sup> Janv. 1743 . . . . .  $1 25 53,4$

M. Bouguer diminue encore l'instrument, & trace un nouvel arc, qui n'est que de  $24^{\circ} 51' 50''$ .

## Troisième Suite d'Observations.

SITUATION du Limbe.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITES moyennes.	RESULTATS.
			Précision des Equinoxes.	Absorption de la Lumière.	Nutation de l'Axe terrestre.			
Le limbe vers l'orient.	22 Oct. 1742.	- 1' 15"	- 0",6	+ 8",8	- 0",2	- 1' 7",0	- 1' 13",0	
	26	- 1 19	- 0,6	+ 8,5	- 0,2	- 1 11,3		
	27	- 1 17	- 0,6	+ 8,4	- 0,2	- 1 9,4		
	29	- 1 19	- 0,6	+ 8,3	- 0,2	- 1 11,5		
	29 Nov.	- 1 21	- 0,3	+ 4,8	- 0,1	- 1 16,6		
	30	- 1 19	- 0,2	+ 4,7	- 0,1	- 1 14,6		
	17 Déc.	- 1 16	- 0,1	+ 2,2	- 0,1	- 1 14,0		
	29	- 1 17	- 0,0	+ 0,5	- 0,0	- 1 16,5		
	31	- 1 16	- 0,0	+ 0,2	- 0,0	- 1 15,8		
Le limbe vers l'occident.	23 Oct.	+ 0 58	- 0,6	+ 8,7	- 0,2	+ 1 5,9	+ 1 4,0	9,0
	2 Déc.	+ 1 4	- 0,2	+ 4,5	- 0,1	+ 1 8,2		
	5	+ 1 0	- 0,2	+ 4,0	- 0,1	+ 1 3,7		
	6	+ 1 2	- 0,2	+ 3,9	- 0,1	+ 1 5,6		
	8	+ 0 59	- 0,2	+ 3,6	- 0,1	+ 1 2,3		
	9	+ 0 59	- 0,2	+ 3,4	- 0,1	+ 1 2,1		
	1 Janv. 1743.	+ 1 2	- 0,0	+ 0,0	- 0,0	+ 1 2,0		
	2	+ 1 2	- 0,0	+ 0,1	+ 0,0	+ 1 1,9		

Arc du Sécateur. . . . .  $24^{\circ} 51' 50''$ ,0

Double distance observée d'au Zénith . . . . .  $2^{\circ} 51' 41''$ ,0

Troisième Résultat. Distance apparente d'au Zénith de Cochesqui, vers le Sud . . . .  $1^{\circ} 25' 50''$ ,5

## Remarques sur les observations de la Table précédente.

Nous voici enfin parvenus aux observations correspondantes, qui furent faites en même temps aux deux extrémités de notre arc du Méridien, & desquelles nous devons tirer l'amplitude de cet arc, & la valeur du degré.

La Table précédente contient celles que faisoit M. Bouguer au Nord de la Méridienne, tandis que j'en faisois d'autres au Sud. Les premières ont duré depuis le 9 Août 1742, jusqu'au 2 Janvier

Janvier 1743 : elles ont été faites à *Cotchesqui* avec un nouveau Secteur, construit à *Quito* tout exprès par le sieur *Hugo* notre Horloger, sous les yeux & sous la direction de M. *Bouguer*. Le rayon de ce nouvel instrument étoit de huit pieds : il portoit une lunette de même longueur, qui y étoit appliquée très-solidement, & presque immédiatement. Sa suspension étoit différente de celle de l'ancien Secteur : celui-ci étoit mobile sur un pivot presque vertical. M. *Bouguer*, qui en a seul fait usage, en aura sans doute donné la description & le dessin.

Quoique M. *Bouguer* eut cherché à éviter, dans la construction de ce nouveau Secteur, les défauts que nous avions remarqués dans l'ancien, & dont nous n'avions que trop éprouvé jusqu'alors les conséquences; il procéda avec les mêmes précautions que s'il eût eu les mêmes obstacles à surmonter. Il démonta & remonta plusieurs fois le nouvel instrument, & changea l'objectif de place; en sorte que ses dernières observations à *Cotchesqui* en 1742 composent trois Suites différentes, & donnent trois résultats tout à fait indépendans l'un de l'autre. Outre cela, l'arc qui a servi aux deux premières Suites, n'est pas le même que celui sur lequel ont été faites les observations, qui ont fourni le troisième résultat. Le premier arc avoit pour corde précisément la 20.<sup>e</sup> partie du rayon; c'est-à-dire, qu'il étoit de  $2^d\ 51' 54\frac{1}{3}''$ . En marquant les points qui devoient terminer le second arc, il se trouva plus court que le précédent d'une petite quantité, qui fut évaluée à plus de 4 secondes, & par conséquent l'arc n'étoit plus que de  $2^d\ 51' 50''$ .

La distance apparente de l'étoile au zénith, tirée de la

Cc

première Suite d'observations, est de  $1^d 25' 52'',4$  : elle est de  $1^d 25' 53'',4$  par la seconde, & seulement de  $1^d 25' 50'',5$  par la troisième. Ces différences sont si légères, surtout si l'on considère que les observations de chaque résultat ont été faites, pour ainsi dire, avec différens instrumens, qu'il y a peu d'erreur à craindre en prenant un milieu. Cependant M. Bouguer, en me les communiquant les unes & les autres, me marquoit qu'il n'avoit pas cru devoir ajoûter une entière foi aux premières observations, & qu'il étoit tenté de les rejeter à cause des divers obstacles qu'il avoit eu à vaincre : en effet, c'étoit un instrument tout nouveau qu'il perfectionnoit à mesure qu'il en faisoit usage ; & par cette raison, les dernières observations, qui sont aussi les plus uniformes, semblent mériter la préférence. Si donc on s'en tient, suivant nos conventions, à celles qui ont été faites en même temps, aux deux extrémités de l'arc ; c'est au dernier résultat  $1^d 25' 50''$  qu'il faudra s'arrêter : encore faudroit-il ne le tirer que des observations faites depuis le 29 Novembre, que les correspondantes ont commencé de ma part à Tarqui. La distance apparente au zénith de *Cotchesqui* seroit en ce cas moindre de près d'une seconde, c'est-à-dire, de  $1^d 25' 49'',2$  ; & il y en auroit encore presque une autre à retrancher, si on ne prenoit le milieu des observations de M. Bouguer à *Cotchesqui*, qu'à compter du 8 Décembre ; qui est, comme je l'expliquerai en son lieu, l'époque où j'ai commencé à être sûr des miennes à Tarqui. Ceci posé, la distance apparente de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au zénith de *Cotchesqui*, tirée des observations de M. Bouguer, correspondantes aux miennes de Tarqui, seroit de  $1^d 25' 48'',3$ , en réduisant tout au premier Janvier 1743 ;



Il me reste à rendre compte de ces observations. Je les fis seul à *Tarqui* pendant que M. *Bouguer* faisoit à *Cotchesqui* celles que je viens de rapporter. Mais avant que de donner la Table & l'examen des anciennes, je crois devoir parler des moyens nouveaux que j'employai pour perfectionner le Secteur, & pour mieux réussir dans ces observations que dans les anciennes.

---

## ARTICLE XVII.

*Des précautions particulières que je pris dans les dernières observations que je fis à Tarqui en 1742 & 1743, en correspondance de celles que M. Bouguer faisoit dans le même temps, à l'autre extrémité de la Méridienne.*

*Secteur raffermi. Suspension perfectionnée. Limbe aplani.*

QUOIQUE dans le détail suivant je cours le risque de me rencontrer avec M. *Bouguer*, & peut-être de redire ce qu'il aura dit mieux que moi; cependant comme il est ici question d'observations que j'ai faites seul à une extrémité de la Méridienne, dans le même temps que M. *Bouguer* observoit à l'autre; & que c'est de ces observations contemporaines, dont quelques-unes sont simultanées, que nous sommes convenus de déduire l'amplitude de l'arc du Méridien; je ne puis me dispenser de rendre un compte détaillé des précautions nouvelles que je pris en mon particulier, pour assurer le succès de la partie de notre travail, de laquelle je me trouvois chargé: comme M. *Bouguer* l'aura fait à l'égard de celle qui le concernoit. Au reste j'aurai soin de passer sous silence ce qui est

Cc ij

commun à ces dernières observations & aux précédentes, & tout ce que j'ai déjà remarqué ailleurs, ou dont il est fait mention dans les procès verbaux rapportés dans les articles VI & XII.

J'ai déjà dit que j'avois fait transporter à bras, de *Quito* à *Tarqui*, dans une caisse solide & proportionnée, notre Secteur tout monté : tel qu'il venoit de me servir à *Quito*, pour une observation que j'y avois faite immédiatement avant mon départ ; uniquement dans la vûe de me préparer à celles que j'allois entreprendre à *Tarqui*. Malgré toutes mes précautions, je m'aperçus dès que je commençai à observer, que dans un transport de 80 lieues, & par un pays de montagnes, l'assemblage des pièces qui composoient l'instrument, devoit avoir souffert quelque dérangement ; puisque l'axe optique de la lunette avoit sensiblement changé de situation. Je ne balançai pas à démonter le Secteur, à en raffermir toutes les parties, & à le construire tout de nouveau ; mais avant que de le démonter, j'y fis une autre réparation.

J'avois remarqué dès le temps de nos premières observations, que l'hémisphère *G*, par lequel le Secteur étoit suspendu (*Voy. art. II*), ne tournoit pas assez librement dans le carcan *K*. Nous tâchions d'y suppléer en soulevant l'instrument, pour faciliter son mouvement de rotation sur son axe, lorsqu'on le vouloit diriger dans le plan du Méridien, & sur-tout lorsqu'on le retournoit pour la vérification ; mais il étoit toujours à craindre que la résistance causée par le frottement, jointe à la longueur de 12 pieds qu'avoit le rayon, n'occasionnât à la barre de fer *EC*, quelque torsion en spirale, qui changeât la situation du rayon par rapport à la lunette. Je

Planche III.

crus même, en y regardant de près, remarquer à l'œil quelque chose de semblable, quand j'essayoïis à dessein d'imprimer au Secteur le mouvement sur son axe par le demi-globe de bronze *G*, qui formoit sa suspension. Pour prévenir jusqu'au soupçon de cet accident, je passai une journée entière, aidé de M. de *Morainville*, à user le demi-globe sur son collier *K*: d'abord avec un sable noir métallique très-dur, que l'aiman attire, & qui est commun dans le pays\*, & ensuite avec l'émeril. Nous parvinmes à diminuer les frottemens au point que, malgré le poids de l'instrument, on le faisoit tourner librement sur son axe, en le poussant du bout du doigt, par en bas à l'extrémité du limbe. Cependant, pour une plus grande sûreté, ce fut toujours par le haut qu'on continua de le mettre en mouvement, toutes les fois qu'il fut question de le retourner.

Après cette opération, je démontai l'instrument, je fis faire de nouveaux écrous & de nouvelles vis; je les fis ferrer à force, & sans y mettre d'huile, suivant l'avis de M. *Bouguer*; je les fis même river, pour qu'il ne fût pas possible qu'elles se lâchassent; j'assurai la boîte de cuivre & les plaques qui contenoient & assujétissoient l'objectif, en les attachant fortement à l'extrémité supérieure du rayon, vis-à-vis du centre de l'instrument, avec des fils de fer qui ne permettoient pas à l'objectif le moindre jeu.

Je fis la même chose à l'égard de la boîte du Micromètre à l'extrémité inférieure de la lunette, en unissant l'un &

\* Il s'en trouve aussi dans plusieurs autres endroits de l'Amérique, & notamment en Virginie. Voy. *Petri Van Musschenbroeck, Dissert. de Magnete.*

l'autre à la barre qui formoit le rayon du Secteur, par des liens plus forts, & en plus grand nombre que ceux qui avoient été précédemment employés au même usage. En même temps que je prenois de nouvelles précautions, je renchérissais sur toutes les anciennes.

A l'égard des fourchettes ou supports *ZZ*, qui, dès le temps de la construction du Secteur, m'avoient paru foibles & d'une longueur excessive, *M. Bouguer* ne m'avoit rien laissé à faire. L'année précédente 1741, en observant seul à *Tarqui*, il en avoit augmenté le nombre, & ils avoient déjà été raccourcis de moitié; en sorte que la lunette étoit aussi près du corps de l'instrument que la largeur des règles de chan *JJJ*, *Aa*, *Bb*, & celle de la boîte du Micromètre l'avoient pu permettre.

*M. Bouguer* avoit aussi ajouté au Secteur en 1741 une traverse *dd*, formée d'une lame de fer plate, posée parallèlement au limbe, & entrelassée entre le rayon *CD*, & les arc-boutans *ad*, *bd*. Cette traverse subsistoit, & j'en fis placer une seconde *cc* à l'endroit où les deux parties du rayon se joignoient. Celle-ci embrassoit la règle de chan *JJ* adossée au rayon, & lui étoit attachée avec de fortes vis. Je liai ensuite, & j'asfermis toutes les parties du Secteur, en faisant passer un gros fil de fer, tendu à force avec un étau à main, depuis les deux trous *ee*, pratiqués près du centre, jusqu'aux deux bouts *cc* de ma nouvelle traverse. De là le même fil alloit s'attacher aux points extrêmes *dd* de la traverse inférieure; & enfin aux points *a* & *b* de la règle de fer qui portoit le limbe. Ce fil de fer, ou plutôt tous ces fils tendus dans le plan du limbe, rendoient l'ensemble du Secteur plus ferme & plus inflexible, sans pres- que rien ajouter à son poids.

Avant que de remonter l'instrument, je fis aussi planer le limbe, dont la surface étoit un peu convexe; & en le remettant à sa place, j'eus soin de lui procurer une situation bien verticale qu'il n'avoit jamais eue dans toutes nos observations antérieures; ce qui nous avoit toujours obligés de tenir le cheveu fort détaché du limbe, parce que lorsqu'il touchoit au bord inférieur du limbe, il s'en falloit de plus d'une demi-ligne qu'il ne touchât à son bord supérieur.

Enfin je remontai le Secteur après avoir tracé un nouvel arc, dont la corde étoit exactement la dix-septième partie du rayon.

## ARTICLE XVIII.

### *Continuation du même sujet.*

*Parallélisme de la Lunette au plan du Secteur. Remarques sur le fil-à-plomb. Mouvement du Secteur dans le plan du Méridien. Inversions alternatives de l'Instrument.*

J'AVOIS placé la lunette le plus parallèlement au rayon qu'il m'avoit été possible, par la méthode décrite dans le procès-verbal rapporté (*art. VI, p. 129*): mais on ne peut attendre de ce moyen qu'une approximation; & en effet, lorsque j'eus une Méridienne tracée, je reconnus par observation, que le plan du Secteur étant dirigé dans celui du Méridien, l'étoile passoit au fil vertical de la lunette 11 à 12 secondes avant l'heure de la médiation conclue par des hauteurs correspondantes. Pour m'assurer mieux du fait, je retournai le Secteur, en présentant à l'occident la face du limbe, qui avoit jusque-là regardé l'orient; & je vis que l'étoile tarδοit d'autant de

secondes au fil vertical, qu'elle avoit avancé dans la situation précédente. J'approchai le verre objectif du plan de l'instrument; & après quelque tâtonnement, qui me fit perdre plusieurs observations, je réussis à faire passer l'étoile au fil vertical à l'heure du calcul. Je n'insiste pas sur un point capital, & qui fait la base de toutes les observations : l'attention scrupuleuse de bien caler l'instrument, en sorte que le fil-à-plomb, pendant librement du centre, rase le limbe sans y toucher dans les deux situations inverses de l'instrument. La réunion de toutes ces circonstances m'assuroit que l'axe optique de la lunette étoit bien parallèle au plan du Secteur, (*Voy. art. X, pag. 150*).

Nous avons manqué d'une commodité que les Observateurs se sont procurée depuis quelques années, sur-tout pour les grands instrumens; je veux dire d'un fil d'argent pour suspendre le plomb. Ce fil est presque aussi fin qu'un cheveu, & il est plus rond & plus égal. A son défaut, nous nous servions d'un fil de pite; après avoir reconnu, par expérience, qu'un filet composé de cheveux noués bout à bout, & chargé du poids de deux onces, étoit sujet à se rompre sur une longueur de douze pieds. Nous ajoutions au fil de pite un bout de cheveu à l'endroit qui répondoit vis-à-vis du limbe; mais ce cheveu tournant sur son axe, & souvent inégal dans sa longueur, ne partageoit pas toujours de la même manière le point qui terminoit l'arc tracé sur le limbe. Pour remédier à ce défaut; je prenois tous les jours le soin de caler l'instrument sur le point, une ou deux heures avant le passage de l'étoile; afin que le cheveu eût le temps de perdre son mouvement de rotation : l'extrémité du cheveu noué avec le fil de pite débordoit

le

le nœud, & formoit une espèce d'index dont la direction revenoit toujours la même, lorsque le fil-à-plomb & le poids étoient dans un parfait repos; ce qui me servoit de repaire pour leur procurer toujours la même situation. Je vérifiois un moment avant l'observation si l'instrument étoit bien calé; & aussi-tôt qu'elle étoit terminée, j'examinois de nouveau si le cheveu répondoit au milieu du point. Quelquefois je trouvois une petite différence, causée peut-être par l'action de la main sur la vis du Micromètre; quoique l'instrument eût un point d'appui à la partie inférieure, & que j'eusse une grande attention à ne point appesantir la main en tournant l'index. Alors j'évaluois en tiers ou en quarts de la largeur du cheveu, ce qu'il s'en falloit que le point ne fût coupé en deux également, & j'avois égard à la différence que j'avois remarquée. Le diamètre moyen des cheveux dont je me servois m'étoit connu: je savois par l'expérience que j'en avois faite, qu'il falloit, à très-peu près; soixante largeurs d'un cheveu d'Indien pour couvrir une étendue de trois lignes; & par conséquent que le cheveu dont je me servois cachoit sur mon limbe un espace de trois secondes. D'ailleurs, les différences que j'avois à évaluer ne passaient pas ordinairement une demi-largeur de cheveu: ainsi j'avois peu d'erreur à craindre dans cette correction.

Pour faire cesser plutôt les oscillations du fil-à-plomb, & mieux juger quand il répondoit sur le point qui terminoit l'arc, nous avions presque toujours tenu, lors de nos observations précédentes, le poids plongé dans un vase plein d'eau. La réfraction qui faisoit paroître ce poids plus élevé qu'il ne l'étoit réellement, nous avoit quelquefois fait juger qu'il pendoit

D d

très-librement, quoiqu'en effet il touchât le fond du vase. Les cheveux en se mouillant sont sujets à s'allonger à un tel point, qu'on ne sauroit être trop en garde contre cet accident. Mais un fait plus extraordinaire & bien plus propre à induire en erreur, c'est que l'eau, quand elle a séjourné quelques jours, se couvre quelquefois d'une pellicule grasse & visqueuse, qui empêche le plomb suspendu au fil, d'osciller en liberté; jusque-là qu'en transportant doucement le vase, il m'est arrivé de voir le poids en suivre les mouvemens, & s'écarter de la ligne verticale sans reprendre son aplomb; comme s'il eût été plongé dans de la graisse figée. J'ai soupçonné que le vase, qui étoit de bois, ou plutôt le vernis de *Paslo* dont il étoit enduit, contribuoit à cet effet singulier. Quoi qu'il en soit, après m'être convaincu de ce fait par mes yeux, je résolus, pour me délivrer de tout scrupule, de supprimer l'eau & le vase, & de laisser pendre le plomb librement en l'air; en prenant d'ailleurs des mesures pour mettre le fil à l'abri du vent, qui est un très-grand obstacle à la justesse des observations, quand on ne réussit pas à s'en garantir.

Planche III. On a vû dans la description du Secteur, que les deux vis de régie *nn*, portant sur les tenons *MM*, aux deux bouts du limbe, servoient à le contenir dans une situation fixe; & qu'en pressant l'une des deux & en lâchant l'autre, on inclinoit plus ou moins le Secteur dans le plan du limbe: je craignis donc de gêner l'instrument en faisant agir à la fois les deux vis *nn* sur les tenons, comme nous avions fait dans nos premières observations de 1739. Dans celles que je fis seul depuis, & particulièrement dans celles dont il est ici question, j'eus toujours soin de lâcher la vis supérieure, & de ne



faire usage que de l'inférieure, sur laquelle l'instrument reposoit par son poids. Il suffisoit d'enfoncer cette vis, qui appuyoit sur un des tenons *M*: elle repoussoit le limbe insensiblement, jusqu'à ce que le fil-à-plomb battît sur l'extrémité de l'arc, au point *a* ou au point *o*, suivant la situation de l'instrument.

Je ne dois pas compter au nombre des précautions nouvellement prises, lors de nos dernières observations, celle de ne nous être pas bornés à observer la distance au zénith dans deux différentes situations du Secteur, & de l'avoir toujours remis une seconde fois dans la première situation, pour nous assurer que l'instrument n'avoit point varié dans le premier détour. Nous avons presque toujours suivi cette pratique dans nos observations antérieures, comme on le peut voir par les Tables précédentes. Ce qui distingue en ce point, les observations correspondantes aux deux extrémités de l'arc, desquelles il s'agit maintenant, c'est que nous y avons encore renchéri sur cette précaution; en retournant alternativement plusieurs fois les deux instrumens en sens contraires, *M. Bouguer* de son côté, & moi du mien. La conformité que nous avons trouvée depuis ce temps-là, l'un & l'autre, pendant plusieurs mois, entre nos diverses observations, est une preuve évidente que nos Secteurs ne souffrirent aucun ébranlement dans toutes ces différentes inversions: & les dérangemens fréquens que nous avions tant de fois remarqués dans toutes nos observations précédentes, rendoient cette preuve bien nécessaire.

J'omets, pour éviter une excessive longueur, le moyen d'éclaircir les fils d'une manière toujours uniforme, & le détail de plusieurs autres attentions utiles, que j'ai eues & que je ne vois décrites nulle part. Je me hâte de passer au point le plus important.

D d ij

## ARTICLE XIX.

*Continuation du même sujet.*

*Parallaxe des fils au foyer de la Lunette, différente pour divers Observateurs, & variable pour le même en différens temps.*

ON sait, au moins depuis le temps de M. Picard (Voy. Mes. de la Terre de M. Picard, art. V), ce que c'est que la parallaxe des fils ou des soies qui se croisent à angles droits dans les lunettes des Quarts-de-cercle, & autres instrumens astronomiques. Si ces fils ne se trouvent pas bien exactement placés au foyer de l'objectif; au lieu de les voir comme appliqués sur l'objet même, on apercevra un intervalle entre l'image de l'objet qui se peint au foyer & le plan des fils; & selon que l'œil changera de situation, cet intervalle paroitra plus ou moins grand. C'est-là, comme on voit, une vraie parallaxe, & elle peut se manifester en deux sens différens, selon que les fils se trouveront placés à l'égard de l'œil de l'observateur; c'est-à-dire, en deçà ou au delà de l'image. Si cette image est plus loin de l'œil que les fils, l'œil en s'élevant la verra s'élever, & en s'abaissant il la verra s'abaisser; en un mot, elle paroitra en ce cas suivre les mouvemens de l'œil. Le contraire aura lieu si elle est entre l'œil & les fils. Il n'est pas besoin de figure pour concevoir que cela doit arriver ainsi: un moment de réflexion suffira au Lecteur attentif pour s'en convaincre.

Ceux qui ont manié des instrumens d'Astronomie, du moins ceux qui ont été dans le cas de placer des soies dans:

une lunette, savent que le meilleur moyen dans la pratique pour s'assurer qu'elles sont bien au foyer, c'est d'avancer ou de reculer le réticule ou chassis qui les porte, jusqu'à ce qu'on les voie sur l'objet, comme si elles y étoient collées; & cela quelque situation qu'on donne à l'œil, soit en le portant en haut ou en bas, soit à droite ou à gauche: tout ceci est connu. Mais voici quelque chose qui, je pense, n'avoit pas encore été remarqué. Supposé que le fait pût être prévu par la théorie, il n'en est pas moins vrai-semblable qu'il nous eût échappé, à M. Bouguer & à moi, comme à tant d'autres Observateurs, si la conformation de nos yeux eût été moins différente.

Pendant le cours de nos premières observations à *Turqui*, en Décembre 1739: un jour que la lunette avoit été raccourcie en rapprochant l'objectif de l'oculaire; je représentois à M. Bouguer qu'il falloit que les fils du Micromètre ne fussent pas encore bien au foyer de la lunette, puisqu'en changeant l'œil de place je voyois l'image en changer aussi, & suivre en haussant & baissant les mouvemens de mon œil; ce que M. Verguin, qui étoit présent, éprouvoit tout comme moi. M. Bouguer me surprit en me répondant, que la parallaxe dont je me plaignois, se faisoit pour lui en sens contraire; puisqu'il voyoit baisser l'image de l'objet, quand il haussoit l'œil, & réciproquement. Je ne me souviens point, & je n'ai point écrit que nous ayions remarqué rien de plus sur ce sujet en 1739.

Ce n'est cependant pas tout. Cette parallaxe, déjà différente pour les différentes vûes, est encore variable pour le même Observateur. J'ai long-temps ignoré que cette remarque, sur

Dd iij.

laquelle je n'ai été prévenu par personne, eût le mérite de la nouveauté. Il falloit, pour la faire, le concours des circonstances où je me trouvois : observer de suite une même étoile avec une longue lunette, dans un pays ou dans une saison, où le temps fût fort variable d'un jour à l'autre, & souvent couvert, en telle sorte néanmoins qu'on ne laissât pas d'entrevoir l'étoile avec la lunette.

La première mention que je trouve de ce fait sur mon journal d'observations, est du 27 Décembre 1740, quoique je m'en fusse aperçû plus tôt. J'observois seul à *Quito* avec notre Secteur ordinaire; le Ciel étoit légèrement couvert de nuages clairs & déliés, qui ne me déroboient pas la vûe des étoiles. Je reconnus avec la plus grande évidence, que la parallaxe des fils, qui la veille étoit très-considérable par un temps clair & serein, avoit entièrement cessé ce jour-là; en forte que l'étoile ne changeoit plus de situation apparente, quoique mon œil changeât de place. Si c'eût été la première fois que je m'en fusse aperçû, j'aurois pu attribuer cette différence à un changement passager dans la disposition de mon œil; ce qui fût retombé dans le cas de la première remarque au sujet des deux différentes vûes : mais les preuves que j'avois déjà que cette cause ne suffisoit pas pour expliquer le fait, se multiplièrent de jour en jour; & l'année suivante 1741, je m'assurai encore plus particulièrement dans le cours d'une longue Suite d'observations, que je fis à *Quito* avec une lunette de 14 pieds, scellée dans un mur, que la parallaxe des fils changeoit souvent très-sensiblement, & non seulement du jour au lendemain, mais quelquefois d'un moment à l'autre; suivant les différens états de l'atmosphère, & selon le plus ou le moins de lumière de l'étoile. Comme il en passoit dans ma lunette un assez grand

nombre de différentes grandeurs, dont quelques-unes passaient à de courts intervalles l'une de l'autre, & que j'observai plusieurs mois de suite; j'eus tout le temps de bien vérifier le fait. Je remarquai constamment que lorsque j'avois atteint une étoile de la cinquième ou sixième grandeur avec le fil mobile du Micromètre, elle ne me paroissoit point se détacher du fil, quoique je haussasse & baissasse l'œil. Les fils de soie, les seuls dont nous nous sommes servis, & qui sont beaucoup plus fins que ceux d'argent, sont aussi bien plus propres pour ces sortes d'observations.

Je remarquai encore que plus les étoiles étoient brillantes, plus leur image se peignoit loin de mon œil, & au delà des fils du Micromètre; ce que je reconnoissois, comme je l'ai déjà dit, parce qu'en haussant & baissant l'œil, cette image paroissoit en suivre les mouvemens. C'est sans doute par la même raison que je ne remarquois point ordinairement de parallaxe sensible, même à l'égard des étoiles de la seconde grandeur, quand elles passaient de jour dans la lunette.

Je communiquai dans le temps à *M. Bouguer* ces différentes remarques, à mesure que je les faisois; je n'ai point su s'il les avoit faites de son côté: mais je suis si sûr de ce que j'ai vu, que je ne puis douter qu'il n'ait vu les mêmes choses que moi.

Je résume les faits que je viens d'exposer, & j'en tire les conséquences immédiates. *M. Bouguer* voyoit quelquefois l'image de l'étoile en-deçà des fils du Micromètre, à la même heure où je la voyois au delà. Donc nous voyions alors lui & moi, deux images différentes; ce qui suppose dans l'objectif un changement de foyer relatif aux différentes vûes. L'Observateur

*Presbyte* aperçoit celle des deux images qui est la plus éloignée de son œil, & la plus voisine de l'objectif; le *Myope* a des apparences toutes opposées. Si donc il n'y avoit point d'oculaire, la lunette seroit plus courte pour le presbyte, & plus longue pour le myope. Cependant la théorie nous enseigne que l'Observateur myope ne peut voir distinctement l'image peinte au foyer de la lunette, sans approcher l'oculaire de cette image, pour augmenter la divergence des rayons, qui, sans cette précaution, réunis trop tôt dans son œil, y rendroient la vision confuse: & que le presbyte au contraire doit éloigner l'oculaire de l'image, pour rendre les rayons plus convergens, & hâter leur réunion sur la rétine. Or on ne peut approcher l'oculaire du foyer de la lunette sans la raccourcir, ni l'éloigner du même foyer sans la rallonger. La lunette garnie d'un oculaire doit donc être plus courte pour le myope & plus longue pour le presbyte: & l'expérience y est conforme.

Ainsi donc, la lunette s'accourcit pour le myope du côté de l'objectif, tandis qu'elle s'allonge du côté de l'oculaire: & réciproquement pour le presbyte. Or ces deux variations relatives aux deux différentes vûes, croissent en sens contraire avec la longueur des lunettes, mais la première dans un bien plus grand rapport que la seconde\*. D'où il s'ensuit, que si une lunette de grandeur ordinaire doit être raccourcie pour une vûe basse, le contraire peut & doit arriver dans une fort longue lunette. J'avoue que je n'en ai pas fait l'expérience.

Quant à ma dernière remarque sur la diversité de paralaxe des fils pour un même Observateur en différens temps;

\* Tandis que l'une croît comme la longueur du foyer de l'objectif, l'autre ne croît qu'en raison sous-doublée, comme la longueur du foyer de l'oculaire.  
j'ignore

j'ignore de quelle manière ces différences se sont manifestées à M. *Bouguer*. Comme je n'ai point eu de communication de ce qu'il a lu sur ce sujet à l'Académie en mon absence; & que j'ai crû devoir me priver de la lecture de son livre, jusqu'à ce que le mien fût publié, je dois m'en tenir à ce que j'ai reconnu par ma seule expérience. Premièrement, je n'ai aperçû, comme je l'ai dit, aucune parallaxe sensible dans les fils du Micromètre, lorsque le Ciel étoit légèrement couvert de petits nuages transparens: en second lieu, lorsque le temps étoit clair, & les étoiles brillantes, j'ai toujours vû l'image de l'étoile au delà des fils; puisqu'elle m'a toujours paru suivre les mouvemens de mon œil. Enfin quoique j'aie souvent raccourci la lunette considérablement, je n'ai jamais vû l'image en deçà des fils, ni la parallaxe en sens contraire au mouvement de l'œil, comme M. *Bouguer* l'a vû quelquefois; mais ce que j'ai vû suffit, pour en conclure que le même Observateur ne voit pas toujours la même image, & que le foyer de la lunette varie suivant les différens états de l'atmosphère, les différens milieux que traversent les rayons, & le plus ou moins de lumière de l'objet.

Ce n'est pas une chose nouvelle que la multiplicité des images qui se peignent au foyer d'une lunette: il y a longtemps qu'il est démontré en Dioptrique, qu'un objectif, dont la courbure est sphérique, ne réunit pas les rayons en un point; & que plus la sphère sur laquelle le verre a été travaillé est d'un grand rayon, le nombre de degrés étant supposé le même, plus le foyer occupe un espace considérable en tout sens. L'expérience confirme ici pleinement la théorie.

E e

Si on reçoit à-travers un objectif de 15 à 16 pieds de foyer sur un papier blanc & dans une chambre obscure, l'image d'un objet éclairé, on reconnoitra que le lieu où cette image se projette distinctement n'est pas un plan mathématique, & qu'on peut éloigner ou approcher un peu le papier de l'objectif, sans que l'image soit confuse. On sera même embarrassé à déterminer le point précis où elle est la plus distincte.

Mais une autre raison, long-temps ignorée, contribue au même effet, & beaucoup plus puissamment que la précédente: c'est la différente nature des rayons de lumière, découverte dûe, ainsi que tant d'autres, à *M. Newton*. Ce Philosophe a fait voir que les rayons, en traversant une même surface, se rompent sous différens angles; & que selon leurs divers degrés de réfrangibilité, ils se réunissent, à des distances inégales, en différens foyers, où ils forment autant d'images diversement colorées. Cette expérience est connue de tout le monde; mais il étoit naturel de penser que c'étoit l'image la plus lumineuse, celle qui occupoit le milieu de la profondeur du foyer, celle enfin qui répondoit au point le plus éclairé, qui étoit toujours aperçue par les différens Observateurs, & sur-tout par le même: au lieu qu'il est désormais prouvé & confirmé par l'expérience, que le même jour & dans le même instant, deux Observateurs voient dans la même lunette deux images différentes; & que le même Observateur, en différens jours & à différentes heures, ne voit pas toujours la même image.

Avant la découverte de la diverse réfrangibilité des rayons de lumière, Descartes, & plusieurs autres Physiciens après lui, avoient cherché les moyens de donner aux objectifs une figure différente de la sphérique, & propre à procurer la réunion



des rayons en un point. C'est presque à ce seul but qu'ont tendu tous leurs efforts, comme à l'unique moyen de perfectionner les lunettes; jusqu'à ce qu'il ait été prouvé qu'on ne remédieroit par-là qu'à la moindre partie de la diffusion du foyer; puisque celle qui est causée par la diverse réfrangibilité des rayons de lumière est incomparablement plus grande que celle qui est produite par la sphéricité du verre\*. Depuis ce temps, on a presque regardé comme sans remède l'imperfection des lunettes, & M. *Newton* même parut avoir abandonné quelques idées qu'il avoit eues pour corriger le défaut de la courbure sphérique: du moins il tourna ses vûes vers les Téléscopes catoptriques, dont il a tiré un si grand parti. Les choses en étoient demeurées là, lorsque le savant M. *Euler*, considérant que les rayons qui entrent dans l'œil y souffrent quatre réfractions, en a conclu qu'il doit être possible d'arranger tellement quatre surfaces réfringentes, que les foyers de toutes sortes de rayons convinssent dans un seul point, à quelque distance que se trouvât l'objet. Partant de ce principe, il a résolu le problème; en donnant les dimensions d'un objectif tel, que les rayons les plus diversement réfrangibles, après avoir traversé une lentille d'eau contenue entre deux verres menisques semblables, de courbures sphériques, & après avoir souffert quatre réfractions, se réunissent en un seul point.

Je reviens à mon sujet. Parmi une foule d'images, placées sur l'axe optique d'une lunette ordinaire, à différentes distances de son objectif; la plus forte, la plus lumineuse, celle en un mot qui occupe le milieu de l'espace qui les renferme toutes, comment n'est-elle pas toujours la première, & même la seule aperçue, soit par différens Observateurs, soit par le

\* Comme de 5449 à 1.  
1<sup>er</sup> y. *Comptat*  
*Syst. of opticks*  
by R. *Smith*,  
n.º 340.

\* *Mémoires de*  
*l'Académie de*  
*Berlin*, 1747,  
page 279.

même? Essayons de répondre à cette difficulté.

Quoique, géométriquement parlant, l'image qui occupe le centre du foyer doit être la plus vive & la plus brillante de toutes; cependant comme la dégradation de lumière d'une image à l'autre se fait par degrés insensibles, il y a autour du foyer physique, un certain espace, dans lequel toutes les images sont presque également propres à être aperçues. Supposons que cet espace occupe un pouce, ou la cinquième partie de la profondeur du foyer sur l'axe d'une lunette de douze pieds; dans laquelle les foyers des différens rayons s'étendent sur une longueur de plus de cinq pouces, comme il suit de ce-

\* *Mémoires de  
l'Académie de  
Berlin, 1747,  
page 276.*

que M. *Newton*, & tout récemment M. *Euler*\*, ont démontré. Entre toutes les images presque également propres à être aperçues, sur cette longueur supposée d'un pouce; chaque Observateur doit voir plus distinctement, à l'aide de l'oculaire qui sert à les grossir, celle qui se trouve située à la distance la plus convenable à la conformation de ses yeux: ainsi, celui qui a la vûe basse verra une image plus voisine de son oeil; & celui qui a la vûe longue verra une image plus éloignée. Et si le châssis qui porte les soies se trouve placé entre ces deux images, la paralaxe des fils aura lieu nécessairement en sens contraire pour les deux Observateurs; comme cela nous est effectivement arrivé à M. *Bouguer* & à moi.

Il resteroit à expliquer pourquoi l'image de l'étoile, laquelle d'un temps clair & serein me paroïssoit toujours au delà des fils du Micromètre, venoit se placer sur ces fils dans un temps légèrement couvert; & par conséquent pourquoi le foyer de l'objectif sembloit s'allonger pour moi en ce dernier cas. Je me contenterai de faire sur cela les remarques suivantes.

Premièrement, de ce que je voyois presque toujours l'image au delà des fils du Micromètre, il semble qu'on pourroit inférer que la lunette étoit trop courte pour ma vûe : cependant cette conséquence est difficile à concilier avec deux faits certains. L'un, que j'avois tâché de donner à la lunette avec laquelle j'ai fait ces expériences, la longueur la plus convenable à mes yeux ; en l'essayant sur plusieurs étoiles avant que de la faire sceller : l'autre, que depuis qu'elle étoit fixée, je l'avois raccourcie peu à peu, de plus d'un pouce, sans avoir pû faire cesser la parallaxe, qui me faisoit toujours voir l'étoile au delà des fils, quand le Ciel étoit clair.

Secondement, puisque cette parallaxe, que je n'avois pû anéantir en raccourcissant la lunette, devenoit nulle, ou tout-à-fait insensible par un temps légèrement couvert ; il faut bien que l'image, qui d'un temps serein se peignoit au delà des fils, vint, dans la nouvelle disposition de l'atmosphère, se projeter sur leur plan même. Elle s'approchoit donc alors de mon oeil, & s'éloignoit de l'objectif : ce qui semble prouver que, dans le premier cas, l'image étoit formée par les rayons le plus tôt réunis, & dans le second par ceux du plus long foyer. Mais quelle pouvoit être la cause qui affoiblissoit ou interceptoit alternativement, tantôt certains rayons, & tantôt d'autres, pour ne laisser voir au même spectateur que l'une ou l'autre image ? L'expérience prouve que les rayons rouges sont ceux qui ont le plus de facilité à pénétrer l'atmosphère. Le Soleil & les autres astres, vus près de l'horizon quand l'air est chargé de vapeurs, paroissent teints de cette couleur. Les rayons rouges sont aussi les moins réfrangibles, & par cette raison ce sont ceux qui se réunissent le plus loin du verre où ils sont rompus.

E c iij

Ceci quadre à quelques circonstances des apparences optiques que j'ai remarquées, mais non à toutes. On pourroit supposer que lorsqu'il n'y avoit point de parallaxe, les seuls rayons rouges avoient la force de percer les petits nuages dont le Ciel étoit alors couvert; & que leur foyer étant plus long, l'image atteignoit, en ce cas, le plan des fils qu'elle ne pouvoit atteindre quand ces rayons ne dominoient pas sur les autres. Mais il semble aussi que par la même raison, l'image de l'étoile auroit dû alors paroître rougeâtre, comme il arrive aux astres près de l'horizon, & c'est ce que je n'ai pas remarqué.

Je craindrois de trop donner à la conjecture, en entrant dans un plus grand détail, & je laisse à M. *Bouguer* le soin d'approfondir une matière, sur laquelle il a sur moi l'avantage d'avoir publié il y a plus de vingt ans \* de savantes recherches. Il a encore, dans l'occasion présente, celui de pouvoir fonder ses raisonnemens sur un plus grand nombre de faits que moi; outre ses propres expériences, je lui ai communiqué toutes les miennes. Pour moi, je fais seulement que M. *Bouguer* a quelquefois vu la parallaxe des fils du Micromètre, dans un sens contraire à celui où nous la voyions, M. *Verguin* & moi. Du reste je ne fais, au sujet de ces apparences optiques, que ce que j'en ai vu par mes propres yeux, dans mes observations particulières. Je viens au point le plus essentiel, & par lequel je terminerai cette longue dissertation sur les nouvelles précautions prises dans mes dernières observations. C'est le moyen que j'ai employé pour éviter l'erreur de la parallaxe des fils du Micromètre, qui jusque-là nous avoit été si fatale.

\* Essai sur la gradation de la Lumière, Paris, 1729.

## ARTICLE XX.

*Continuation du même sujet.*

*De la manière d'éviter la Parallaxe des fils au foyer de la Lunette.*

DANS toutes les observations qui ont précédé les simultanées, nous n'avions pris, contre la parallaxe des fils, d'autres précautions que celle qui est indiquée dans le procès verbal des anciennes observations de 1739 à *Tarqui* (*art. VI, page 133*), & dans la Table des observations faites par *M. Bouguer* au même lieu en 1741 (*art. XV, page 179, après le 5<sup>me</sup> Résultat*). Cette précaution consistoit à placer toujours l'œil au même point; & pour y réussir plus sûrement, nous appliquions au devant de l'oculaire un bout de tuyau de carton, percé d'une très-petite ouverture, qui servoit de pinnule. Cet expédient remédieroit à tout si la parallaxe des fils n'étoit pas variable: car supposant que la pinnule fût située obliquement à l'égard de l'axe de la lunette; il est bien vrai que l'œil placé à la pinnule, rapporteroit l'image à un point du réticule, autre que celui où il la rapporteroit s'il la voyoit d'un point de l'axe même; & que par conséquent la hauteur de l'astre lui paroîtroit augmentée ou diminuée: mais ce seroit d'une quantité toujours égale & du même sens, tant que l'instrument resteroit dans la même situation; & lorsqu'on le retourneroit, l'erreur seroit encore la même en sens contraire. Ainsi cette erreur se confondroit avec celle qui résulte du défaut de parallélisme de la lunette au rayon d'où on commence à compter les angles: ces deux erreurs n'en seroient qu'une, & la somme des deux

seroit reconnue par l'opération ordinaire du renversement, qui sert à vérifier la position de la lunette. Mais puisqu'il est certain que la parallaxe des fils est variable, & que la distance de l'objectif à l'image qui se peint à son foyer n'est pas toujours la même, il s'ensuit que la précaution de la pinnule fixe n'est pas suffisante; & il est évident, par les loix de la projection, que l'œil situé obliquement par rapport à l'axe de la lunette, ne peut manquer, quoiqu'immobile, de rapporter à divers points du réticule, les différentes images qu'il voit en effet plus ou moins éloignées, en divers jours & à diverses heures.

On peut concevoir les images qui se peignent aux différens foyers de l'objectif, comme autant de tableaux rangés les uns au devant des autres le long de l'axe optique de la lunette: elles se présentent donc, à un œil situé obliquement, sous le même point de vue que seroient les décorations à coulisse d'un côté du théâtre: d'où il s'ensuit que parmi toutes ces images, l'œil doit rapporter celle qui sera visible pour lui à différens points du réticule, selon qu'elle sera plus voisine ou plus éloignée. Il n'y a qu'une seule position, où l'œil puisse éviter cette erreur: c'est celle où il seroit placé dans l'alignement même des centres de toutes les images; c'est-à-dire; dans l'axe optique de la lunette. Alors tout cet axe se projetteroit sur un seul point du réticule, ou du plan des fils du Micromètre; & à quelque distance de l'œil que l'image fût transportée par la variation du foyer, le centre de cette image répondroit toujours, sur le plan des fils, au point où ce plan est rencontré par l'axe.

Il est vrai que si l'image est étendue, il n'y aura que son  
point

point central qui sera exempt de parallaxe ; & que les bords de l'image en souffriront une plus ou moins grande , selon que l'image occupera plus ou moins d'espace. Et par une conséquence nécessaire , si le réticule se trouve placé , comme il l'est ordinairement , entre les deux foyers extrêmes des rayons inégalement réfrangibles , il arrivera que dans la même lunette , l'œil myope , placé en *O* , projetant & mesurant sur le réticule *AB* , l'image *DG* qu'il voit en deçà , la jugera plus grande qu'elle n'est en effet , & la fera égale à  $\Delta T$  ; tandis que l'œil presbyte , rapportant sur le même plan *AB* l'image *dg* qu'il voit au delà , la jugera plus petite ; & la mesurant entre les fils , la trouvera égale à  $\delta \gamma$ .

C'est vrai-semblablement pour cette raison , que lorsque nous examinâmes en 1739 la valeur des parties du Micromètre sur une longueur de 80 pieds (*part. II, art. III, page 113*) , dont l'image occupoit environ  $4\frac{1}{2}$  lig. au foyer de la lunette , & s'étendoit un angle de près de 9 minutes , *M. Bouguer* trouva cette image égale à 1196 parties du Micromètre ; au lieu que je n'en trouvois que 1193. Cette différence , qui n'est que de  $\frac{1}{399}$  partie , & qui se trouva alors d'une seconde , devient tout-à-fait insensible sur de plus petites quantités ; mais fût-elle beaucoup plus grande , elle ne tireroit nullement à conséquence dans le cas présent , où il est question d'une étoile qui n'occupe qu'un point dans la lunette. Il est donc certain que si l'œil est placé dans l'axe optique , à quelque distance de l'œil que se peigne l'image de l'étoile , elle sera toujours vûe au même point du réticule ; au lieu que si l'œil voit l'axe obliquement , c'est en vain qu'on rend fixe & immobile la pinnule où il est placé : il suffit que l'image change de lieu sur l'axe en différens temps ,

Ff

pour qu'il la voie changer de lieu sur le réticule, & s'approcher ou s'éloigner de l'intersection des fils.

Quelque évidemment que cette conclusion se déduise de mes propres expériences sur les variations de longueur du foyer de l'objectif, j'avoue qu'elle ne s'étoit pas présentée bien nettement à mon esprit, jusqu'au temps des dernières observations que je fis seul à *Tarqui* à la fin de 1742; j'y fus alors conduit comme par degrés. Je vais rendre compte des circonstances qui concoururent à m'éclairer, & qui me firent enfin trouver un remède à la parallaxe des fils, plus efficace que ceux que nous avions employés jusqu'alors. C'est par ce détail que j'achèverai d'informer le Lecteur, des précautions nouvelles que je pris dans mes dernières observations à *Tarqui*.

Après avoir reconnu, comme je l'ai dit, que l'instrument avoit souffert quelque altération dans son transport de *Quito* à *Tarqui*; après l'avoir démonté, raffermi, reconstruit, y avoir fait toutes les réparations & nouvelles additions dont j'ai parlé, avoir épuisé toutes les précautions rapportées dans les articles XVII, XVIII, XIX & XX; enfin après avoir donné à la lunette du Secteur une longueur telle que je n'apercevois dans les fils aucune parallaxe à l'égard de l'étoile, quand le brouillard étoit transparent, ce qui faisoit communément les plus beaux jours de *Tarqui*: j'essayai de rendre la parallaxe insensible dans tous les cas, en rétrécissant l'ouverture de l'objectif de la lunette, par le moyen de plusieurs diaphragmes de carton inégalement ouverts, que j'y appliquois alternativement, & que je substituois l'un à l'autre, suivant que le Ciel étoit plus ou moins pur. Je réussis par ce moyen à diminuer la grande scintillation de l'étoile, qui me parut mieux terminée. La paral-



laxe des fils étoit moindre aussi ; mais elle subsistoit encore , & toujours du même sens : c'est-à-dire, qu'en haussant l'œil, je voyois toujours l'étoile s'élever , & en l'abaissant, s'abaisser à l'égard du fil horizontal.

J'eus recours à notre expédient ordinaire : j'adaptai au devant de l'oculaire un bout de tuyau de carton percé d'un très-petit trou. Comme j'étois seul à observer , il me fut facile de rendre cette pinnule fixe, aussi-bien que l'oculaire même ; ce qui n'est pas possible quand deux Observateurs, dont la vue est inégale, observent ensemble : puisqu'il faut alors alternativement approcher l'oculaire du foyer de l'objectif pour l'un , & l'en éloigner pour l'autre. La pinnule une fois fixée, j'étois bien sûr que mon œil étoit toujours placé au même point ; mais je ne tardai pas à m'apercevoir que mes observations n'en étoient pas pour cela plus uniformes, ou plutôt qu'elles ne l'étoient pas toujours. J'observois quelquefois pendant deux ou trois jours la même distance au zénith , à très-peu près ; je trouvois ensuite d'un jour à l'autre des différences de 6 à 7 secondes , ou plus ; quoique je n'eusse touché à l'instrument dans l'intervalle ; que pour faire répondre le fil-à-plomb très-exactement au même point : & c'étoit lorsque le Ciel étoit clair & que les étoiles étoient brillantes, que je remarquois les plus grandes différences.

Jamais je n'avois pû m'accoutûmer à regarder comme inevitables des variations aussi considérables , & moins encore de plus grandes, que nous avions quelquefois éprouvées du jour au lendemain , dans le temps que nous observions ensemble à *Tarqui*, *M. Bouguer* & moi, en 1739. Je lui avois dès-lors témoigné ma surprise, de voir qu'un instrument de douze

pieds de rayon nous donnât quelquefois des observations moins conformes entr'elles que n'eût fait un Quart-de-cercle de trois pieds, placé dans un lieu commode. *M. Bouguer*, dans le temps dont je parle, paroissoit persuadé qu'il n'étoit pas possible de parvenir à une plus grande exactitude; je lui avois exposé sur tout cela mes doutes & mes scrupules: il ne les avoit pas fait cesser entièrement, mais ils avoient été suspendus par sa présence, par le concours de ses lumières, & le poids de son témoignage.

Privé de ces secours, lorsque j'allai répéter seul à *Tarqui* nos anciennes observations en 1742, je sentis renaître toutes mes inquiétudes; & je résolus de ne pas terminer mon travail, que je ne fusse à quoi m'en tenir sur ces variations subites si étranges, & qui me paroissoient toujours si incompatibles avec la grandeur de notre instrument.

Je me rendois à mon observatoire quelque temps avant l'heure de la médiation d'*Orion*; & je me préparois à cette observation par celle de plusieurs autres étoiles, qui passaient dans la lunette quelques minutes auparavant. Une nuit que la lumière des étoiles étoit fort vive, je trouvai, en plaçant le curseur du Micromètre sur une de celles qui précédoient *Orion*, un nombre de parties assez différent de celui auquel je m'attendois en conséquence de mes observations précédentes. Je soupçonnai que le tuyau de carton qui portoit la pinnule s'étoit dérangé: j'ôtai tout cet attirail; & au lieu d'aller, avec le fil mobile horizontal, à la rencontre de l'étoile qui alloit passer; ou de la suivre avec ce même fil, comme nous l'avions toujours pratiqué; je plaçai d'avance l'index du Micromètre, sur le nombre de parties que j'avois observées plusieurs fois, les nuits où il n'y avoit point de parallaxe, & j'attendis ensuite que l'étoile

vint se placer sur le fil ainsi disposé. Mais comme il n'y avoit plus de pinnule, je m'aperçûs, aussi-tôt que l'étoile fut entrée dans la lunette; que la parallaxe étoit si grande, qu'en haussant & baissant l'œil, je transportois à mon gré l'étoile au dessus ou au dessous du fil, à une distance de part & d'autre plus que double de son diamètre. Je me hâtai de replacer la pinnule, & de l'arrêter, au point d'où mon œil voyoit l'étoile suivre la route que je lui avois, pour ainsi dire, tracée, par la position que j'avois donnée d'avance au fil mobile. J'eus soin d'affermir la pinnule en cet état, & j'apportai une grande attention à ne la plus déranger. Depuis ce temps, quoique je reprisse notre pratique ordinaire, de ne pas laisser le fil mobile au point où je l'avois conduit la veille, mais de l'amener à chaque fois sur l'étoile, en comptant les parties qui mesuroient sa distance au fil fixe; j'en retrouvai toujours, à très-peu près, le même nombre; & je ne remarquai plus, dans les observations faites à peu de jours d'intervalle, que ces petites différences, qui se peuvent attribuer à la difficulté de bien juger si le fil horizontal partage l'étoile en deux parties égales, si le fil-à-plomb coupe bien également le point qui termine l'arc; ou à quelqu'autre cause semblable.

Par tout ce qui a été expliqué précédemment, on doit voir que je n'étois garanti de l'erreur de la parallaxe, en suivant le procédé que je viens de décrire; dont l'effet étoit de me faire voir l'étoile toujours au même point du réticule, soit qu'il n'y eût pas effectivement de parallaxe, comme lorsque l'image de l'étoile venoit se peindre sur le plan des fils, soit qu'il y en eût, comme les nuits où l'image n'atteignant pas le plan des fils, restoit au delà, & sembloit obéir aux mouvemens

de mon œil. Or je ne pouvois voir l'image répondre au même point du réticule, quoiqu'elle fût tantôt plus proche, & tantôt plus loin de moi, qu'autant que mon œil étoit dans la ligne qui joignoit les centres des diverses images; c'est-à-dire, qu'autant qu'il étoit dans la direction de plusieurs points de l'axe, ou dans le prolongement de l'axe même, & par conséquent à l'abri des erreurs de la parallaxe que je cherchois à éviter.

M. *Bouguer*, à qui je mandai que je croyois avoir un moyen de sauver la parallaxe, ne me répondit rien sur cela; sans doute il s'en étoit garanti, ou de la même manière que moi, ou par quelque moyen équivalent, & peut-être meilleur. D'ailleurs, comme dans les observations correspondantes aux miennes, qu'il faisoit alors à *Cotchesqui*, il se servoit d'un Secteur & d'une lunette de 8 pieds, & que la parallaxe dont il est ici question croît en même raison que la longueur du foyer de l'objectif; M. *Bouguer* n'avoit à craindre avec la lunette de 8 pieds, qu'une erreur qui n'étoit pas tout-à-fait les deux tiers\* de celle à laquelle j'étois exposé avec une lunette de 12 pieds; & c'est ce qui a pu contribuer à le déterminer à employer un Secteur d'un plus court rayon. Au reste, si M. *Bouguer* a employé le même expédient que moi, je proteste que je n'en ai, jusqu'à ce moment, aucune connoissance. J'ai raconté tout simplement, comment mes différentes tentatives m'ont conduit

\* La parallaxe est ici l'effet d'une variation passagère dans le foyer de l'objectif. Cette variation croît proportionnellement à la longueur de ce foyer, laquelle est prise communément pour la longueur même de la lunette; quoiqu'à parler rigoureusement cette longueur soit égale à la somme des foyers des deux verres, & que le foyer de l'oculaire croisse, comme on l'a déjà remarqué, en moindre raison que celui de l'objectif. De-là il s'ensuit que, dans une lunette d'un tiers plus longue, la parallaxe croît d'un peu plus d'un tiers.

à un procédé qui m'a réussi. Il est aisé de voir que j'aurois pu l'exposer d'une manière plus propre à le faire valoir, & à en relever le mérite.

Le Lecteur me pardonnera, en faveur des motifs que j'ai allégués, d'avoir tant insisté, contre ma première intention, sur les préparatifs de mes dernières observations. Je passe à ces observations mêmes.

## ARTICLE XXI.

*Dernières observations, faites à Tarqui, au Sud de la Méridienne, correspondantes à celles qui ont été faites en même temps, à l'extrémité Nord.*

*TABLE des distances de l'Etoile  $\alpha$  d'Orion au Zénith de Tarqui, que j'ai observées en 1742 & 1743, réduites au premier Janvier 1743.*

*Première Suite d'Observations,*

*Faites sur un arc de  $3^{\circ} 22' 15''$ , dont la corde étoit égale à la 17<sup>me</sup> partie du rayon.*

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITES moyennes.	RESULTATS.
			Précision des Equinoxes.	Aberration de la Lumière.	Duration de l'Axe terrestre.			
Le limbe	1742. 29 Nov.	+ 47",5	+ 0",3	- 4",8	+ 0",1	+ 43",1	+ 43",8	+ 0 <sup>d</sup> 0' 6",9
vers	30	+ 49, 5	+ 0, 2	- 4, 7	+ 0, 1	+ 44, 9		
l'orient.	1 Déc.	+ 47, 5	+ 0, 2	- 4, 6	+ 0, 1	+ 43, 2		
vers	2	- 30, 6	+ 0, 2	- 4, 4	+ 0, 1	- 34, 8	- 36, 9	
l'occident.	3	- 35, 1	+ 0, 2	- 4, 3	+ 0, 1	- 39, 1		

Arc du Secteur . . . . .  $3^{\circ} 22' 15''$ .

Double distance au Zénith, observée . . . . .  $3^{\circ} 22' 21",9$

Premier Résultat, Distance apparente de  $\alpha$  d'Orion au Zénith de Tarqui, du côté du Nord,

réduite au 1<sup>er</sup> Janvier 1743. . . . .  $1^{\circ} 41' 11''$

# 216 MESURE DES TROIS PREMIERS

## Seconde Suite d'Observations,

Faites, comme les précédentes, sur un arc de  $3^d 15' 22''$ ,  
dont la corde étoit égale à la 17<sup>me</sup> partie du rayon.

SITUATION du Secteur.	DATE des Observations.	QUANTITES observées avec le Micromètre.	EQUATIONS POUR LA			Observations réduites au 1 Janv. 1743.	QUANTITES moyennés.	RESULTATS.
			Précision des Quintess.	Absorption de la Lumière.	Nutation de l'Axe sécuteur.			
Le limbe tourné à l'orient.	1742 8 Déc.	+ 38",1	+ 0",2	- 3",6	+ 0",1	+ 34",8	+ 37",5	+ 0 <sup>d</sup> 0' 5",5
	9	+ 38,6	+ 0,2	- 3,4	+ 0,1	+ 35,5		
	13	+ 37,7	+ 0,2	- 2,8	+ 0,1	+ 34,2		
	1743 3 Janv.	+ 36,8	- 0,0	+ 0,3	- 0,0	+ 37,1		
	11	+ 37,2	- 0,1	+ 1,5	- 0,1	+ 38,5		
	15	+ 37,2	- 0,1	+ 2,0	- 0,1	+ 39,0		
	27 Févr.	+ 33,7	- 0,5	+ 6,2	- 0,7	+ 38,7		
	28	+ 33,7	- 0,5	+ 6,3	- 0,7	+ 38,8		
	5 Mars.	+ 33,7	- 0,6	+ 6,5	- 0,8	+ 38,8		
	10	+ 32,3	- 0,6	+ 6,7	- 0,8	+ 37,6		
	14	+ 32,9	- 0,7	+ 6,8	- 0,9	+ 38,1		
	17	+ 34,2	- 0,7	+ 6,9	- 1,0	+ 39,4		
	1742 17 Déc.	- 28,9	+ 0,1	- 2,2	+ 0,1	- 30,9	- 32,0	
	18	- 29,8	+ 0,1	- 2,1	+ 0,1	- 31,7		
	19	- 30,2	+ 0,1	- 1,9	+ 0,1	- 31,9		
	20	- 30,2	+ 0,1	- 1,8	+ 0,1	- 31,8		
à l'occid.	1743 2 Févr.	- 36,4	- 0,3	+ 4,5	- 0,4	- 32,6		
	9	- 36,4	- 0,4	+ 5,0	- 0,4	- 32,2		
	10	- 36,4	- 0,4	+ 5,1	- 0,4	- 32,1		
	11	- 36,4	- 0,4	+ 5,2	- 0,4	- 32,0		
	17	- 36,8	- 0,5	+ 5,7	- 0,5	- 32,1		
	21	- 38,1	- 0,5	+ 5,9	- 0,5	- 33,2		

Arc du Secteur. . . . . 3 22 15,

Double distance au zénith, observée . . . . . 3<sup>d</sup> 22' 20",5

Second & dernier Resultat. Distance apparente de  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de Turqui, du côté  
du Nord, réduite au 1<sup>er</sup> Janvier 1743 . . . . . 1 41 10, 2 $\frac{1}{2}$

Remarques

*Remarques sur les observations de la Table précédente.*

J'étois à *Tarqui* dès le 20 Septembre 1742, & la première observation rapportée dans la Table précédente n'est que du 29 Novembre; ainsi il se passa plus de deux mois avant que je pûsse avoir des observations suivies. J'ai déjà parlé ailleurs des raisons qui m'en avoient empêché : l'instrument avoit souffert dans le transport de *Quito* à *Tarqui*; il me fallut faire venir des ouvriers de *Cuenca*, démonter le Secteur, en raffermir toutes les parties, y faire plusieurs changemens & de nouvelles réparations, le reconstruire, le remonter, mesurer le rayon, tracer un nouvel arc, dont la corde fût bien exactement partie aliquote du rayon, perfectionner à plusieurs reprises le parallélisme de la lunette : tout cela me fit perdre un bon nombre d'observations, les précédentes devenant inutiles chaque fois que j'étois obligé de retoucher à l'objectif. La proximité du Soleil au zénith ne m'avoit pas permis d'abord de tracer une Méridienne exacte : les tremblemens de terre, les arrêts fréquens de ma pendule, me causèrent ensuite de nouveaux obstacles, dont le plus grand étoit le Ciel de *Tarqui*, presque toujours contraire aux observations astronomiques. Nous ne l'avions que trop éprouvé en 1739, & M. *Bouguer* en particulier en 1741, comme on en peut juger par les intervalles de ses observations (*Voy. la Table de l'art. XV, p. 178 & 179*). Enfin les différentes tentatives pour diminuer & pour anéantir l'effet de la parallaxe des fils du Micromètre, avant que j'eusse trouvé le dernier expédient, dont j'ai donné le détail, me prirent seules un temps considérable, & je reconnus que je ne devois compter parfaitement que sur les observations postérieures.

*Introduction  
historique, Sept.  
1742.*

*Voy. Proct's  
verbal, art. V<sup>e</sup>,  
page 130.*

## 218 MESURE DES TROIS PREMIERS

Ce ne fut donc que le 29 Novembre que je commençai à observer de suite. Le 3 Décembre, je pûs tirer un premier résultat de cinq observations, dont trois avoient été faites, le limbe du Secteur étant tourné vers l'orient, & deux, le limbe tourné vers l'occident. Je me hâtai de les communiquer à *M. Bouguer*, par un exprès que je lui dépêchai à *Cotchesqui*; mais ayant retourné l'instrument une seconde fois, le 8, pour le remettre dans la première situation, le limbe vers l'orient, & m'assurer par-là s'il n'avoit point varié dans le temps de la première inversion, je fus extrêmement surpris de trouver la distance apparente de l'étoile au zénith, moindre de 10 secondes; que je ne l'avois observée huit jours auparavant, dans la même position de l'instrument. Je n'avois fait aucun changement volontaire au Secteur, & la solidité étoit à toute épreuve: je ne pûs donc m'empêcher de croire que quelqu'un y avoit touché à mon insû, & de fortes raisons me confirmèrent dans ce soupçon. Mais ce qui ne me permit plus de douter du fait, c'est qu'ayant pris depuis ce moment des mesures, pour qu'à l'avenir personne n'entrât dans l'observatoire, qu'en ma présence, je ne remarquai plus aucune pareille variation dans la distance de l'étoile au zénith, pendant plus de quatre mois que je continuai à observer, tournant & retournant alternativement le Secteur en sens contraire.

Ces cinq premières observations ne pouvant se lier avec celles qui les suivirent, elles forment un résultat à part; mais comme celui-ci n'avoit pas été confirmé, ainsi que tous les autres, par deux inversions de l'instrument; que d'ailleurs l'observation du 3 Déc. est notée défectueuse sur mon journal; que je n'avois pas encore réussi à me garantir sûrement des variations de la



parallaxe des fils; que ma Méridienne n'étoit pas encore bien vérifiée, & qu'enfin au second détour de l'instrument, j'avois trouvé dans la hauteur de l'étoile une différence de 10 secondes, dont la cause ne m'étoit pas évidemment connue; je regardai dès-lors ce premier résultat comme suspect, & j'en juge encore de même. Au reste, puisque les cinq observations dont il est tiré s'accordent passablement entr'elles, & qu'en les réduisant à la même époque que les suivantes, ce premier résultat ne diffère pas de l'autre d'une seconde, comme on le voit par la Table, il devient indifférent d'y avoir égard ou non; & dans l'un & l'autre cas, on tirera toujours les mêmes conséquences.

Mon dernier résultat est tiré de vingt-deux observations, faites depuis le 8 Déc. 1742, jusqu'au 17 Mars 1743. De ces vingt-deux observations, douze ont été faites, le limbe du Secteur étant tourné à l'orient, à différentes reprises: elles sont entre-mêlées de dix autres, faites tandis que le limbe étoit tourné vers l'occident. *M. Bouguer*, qui partit de *Quito* pour revenir en Europe à la fin de Févr. 1743, ne reçût à *Quito* que la communication de mes observations de Déc. 1742, & Janv. 1743. Je continuai d'observer à *Tarqui* en Février & Mars; avant que d'avoir appris son départ. Le dernier exprès que je lui dépêchai de *Tarqui*, & qui lui portoit la suite de mes observations, ne le trouva plus à *Quito*; mais j'ai su depuis que mes lettres l'avoient atteint sur la route de *Carthagène*, ou dans cette ville, avant son embarquement pour l'Isle de *Saint-Domingue*.

On peut remarquer, que depuis le 17 Déc. 1742, que je retournai le Secteur pour la première fois, jusqu'au 17 Mars suivant, l'instrument changea quatre fois de situation; que dans

cet intervalle de temps, qui comprend dix-neuf observations, la plus grande différence entre les distances au zénith, observées & réduites au premier Janvier 1743, excède à peine deux secondes; & que les quatre dernières observations, faites sans être obligé d'éclairer les fils, s'accordent dans la seconde, avec les précédentes, faites à la lumière d'une bougie, laquelle, comme je l'ai déjà dit (*art. XIV, page 174*), peut causer des réfractions irrégulières, si l'on n'ûle pas de grandes précautions.

Qu'il me soit permis de remarquer encore, qu'alors nous n'étions pas instruits de la manière de calculer l'effet de l'aberration de la lumière; ce qui nous met entièrement à l'abri du soupçon de nous être fait illusion à nous-mêmes, en estimant sur le limbe ou sur le cadran du Micromètre, les quantités apparentes, de la manière la plus propre à favoriser l'accord de nos observations. Avant qu'elles fussent réduites à une même époque, il y avoit entre quelques-unes des miennes, comme entre celles des 17 Déc. & 21 Févr. (*Voy. Tab. préc.*) des différences apparentes, de plus de 9 secondes; au lieu qu'elles se sont presque entièrement évanouies, depuis que mes observations, telles que je les avois communiquées dans le temps à M. Bouguer, ont été corrigées pour l'aberration de la lumière, & pour la nutation de l'axe terrestre, par des théories qui nous étoient alors inconnues.

Si je faisois un choix entre mes observations de *Tarqui*, je tirerois la distance de l'étoile au zénith, des dix-neuf dernières observations de la Table précédente; & cela par les raisons que j'ai déjà insinuées: je trouverois alors cette distance de  $1^{\text{d}} 41' 10'',7$  vers le Nord; mais comme le second résultat de la Table, tiré des vingt-deux dernières observations, est  $1^{\text{d}} 41' 10'' 2\frac{1}{2}$ , & par conséquent ne diffère pas de cette conclusion, d'une

de mi-seconde, il importe peu de faire ce choix ou de ne le pas faire. Soit donc qu'on corrige ou non le dernier résultat, on trouvera qu'il s'éloigne à peine d'une seconde de celui de M. Bouguer de l'année 1741, en réduisant tout à la même date (*art. XV, page 182*). Ainsi il paroît qu'il n'y a rien à desirer sur la précision des observations faites à Tarqui par M. Bouguer en 1741, & par moi en 1742 & 1743.

Il ne me reste plus qu'à comparer ces dernières de 1742 & 1743 à leurs correspondantes & simultanées, faites à Cotchesqui par M. Bouguer, & rapportées article XVI; *page 183 & suiv.* pour tirer des unes & des autres l'amplitude de l'arc du Méridien, intercepté entre les parallèles des deux observatoires.

## ARTICLE XXII.

*Détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien,  
compris entre les Parallèles de Cotchesqui  
& de Tarqui,*

*Par toutes les observations correspondantes, faites en ces deux lieux en  
1742, 1743, & réduites au premier Janvier 1743.*

LA distance apparente de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au zénith de Cotchesqui, réduite au premier Janvier 1743, a été conclue par les observations de M. Bouguer (*art. XVI, page 186*), de  $1^d\ 25'\ 48'',3$ . La distance apparente de la même étoile au zénith de Tarqui, réduite à la même époque, a été trouvée par mes observations (*article précédent*), de  $1^d\ 41'\ 10'',7$ . L'étoile étoit entre les zéniths des deux observateurs: c'est-à-dire, au Nord de Tarqui, & au Sud de Cotchesqui; il faut donc ajouter les deux distances, pour avoir l'amplitude de l'arc

Gg iij

## 222 MESURE DES TROIS PREMIERS

du Méridien, compris entre les parallèles des deux observations, & on aura  $3^d\ 6'\ 59''$ . Mais les distances observées n'étoient qu'apparentes : elles ont dû être diminuées chacune d'environ une seconde, par la réfraction qui faisoit paroître l'étoile plus près du zénith qu'elle n'étoit en effet ; ainsi il y a encore 2 sec. à ajouter à la somme des deux distances apparentes, pour en conclurre l'amplitude vraie de l'arc ; & elle sera par conséquent de  $3^d\ 7'\ 1''$ . Tel est le résultat qu'on tirera en prenant un milieu entre toutes les observations faites de part & d'autre, pendant plus de trois mois.

---

## ARTICLE XXIII.

*Autre détermination de l'amplitude de l'arc du Méridien ;  
compris entre les Parallèles de Cotchesqui  
& de Tarqui,*

*Par les seules observations simultanées, sans aucune réduction.*

POUR réduire les observations faites à *Cotchesqui* & à *Tarqui* pendant le cours de plusieurs mois, à la même époque, il a fallu avoir égard aux équations de la précession des Equinoxes, de l'aberration de la lumière, & de la nutation de l'axe de la terre. On ne peut guère aujourd'hui former de doutes raisonnables sur des théories reçues de tous les Astronomes, & confirmées, d'un aveu unanime, par les plus modernes & les plus subtiles observations (*art. V, p. 127*) ; cependant si on craignoit que la multiplicité des élémens qui entrent dans ces calculs, ou quelque autre variation, soit optique, soit réelle, dont les loix nous seroient inconnues, pût jeter quelqu'incerti-

tude sur la conclusion précédente; les observations simultanées proprement dites, celles qui ont été faites précisément les mêmes nuits, aux deux extrémités de l'arc du Méridien, nous fournissent un moyen direct de conclure l'amplitude de cet arc, sans aucune réduction, & indépendamment de toute hypothèse. C'est-là sur-tout ce que j'avois en vûe, lorsque je fis tant d'instances à M. Bouguer (*Introduction historique, année 1742*) pour l'engager à répéter au Nord de la Méridienne nos anciennes observations, dans le même temps que j'irois les répéter au Sud; ce qui a été heureusement exécuté: mais il y a une attention à faire, pour employer avec succès cette nouvelle méthode de conclure l'amplitude de l'arc, sans aucune réduction.

En prenant, comme on a fait dans l'article précédent, un milieu entre un grand nombre d'observations, on court peu de risque de se tromper; & quand même il y en auroit dans ce grand nombre quelques-unes de sensiblement défectueuses, le moyen résultat seroit à peine altéré: puisque l'excès, ou le défaut de celles-ci se partageant entr'elles & toutes les autres, changeroit peu le résultat. Il en seroit de même si on en avoit un grand nombre de simultanées: on tireroit de chaque couple d'observations, faites les mêmes nuits dans les deux observatoires, autant de différentes amplitudes de l'arc cherché; & alors l'amplitude moyenne entre toutes, différeroit nécessairement fort peu de la véritable; mais comme nous n'avons qu'un petit nombre d'observations, faites les mêmes nuits aux deux extrémités de l'arc, il est très-important de choisir celles qui ont le plus grand caractère d'exactitude.

On peut voir, en comparant la Table des dernières observations de M. Bouguer à Corchevski (*art. XVI, pp. 183 & 184*),

à celle de mes observations correspondantes à *Tarqui* (art. XXI, pp. 215 & 216); que nous n'en avons eu de simultanées que les nuits des 29 & 30 Novembre, & des 2, 8, 9 & 17 Décembre dans les deux situations inverses de nos Secteurs.

Je ne ferai aucun usage des observations du 29 & du 30 Novembre, par les raisons que j'ai exposées dans l'article précédent, qui me les ont fait abandonner. Et une preuve évidente qu'il y a eu erreur, ces deux nuits-là, ou l'une des deux nuits, au moins dans l'une des deux observations simultanées; c'est ce que M. *Bouguer* & moi, nous trouvâmes tous deux la nuit du 30 Nov. la distance de l'étoile au zénith, chacun d'environ deux secondes plus grande que la veille; ce qui est impossible, puisque l'étoile qui étoit entre nos deux zéniths ne pouvoit s'éloigner de l'un des deux, sans s'approcher de l'autre.

J'ai pareillement lieu de me défier de l'exactitude des observations du 2 Déc. toute autre raison à part, en ce qu'elles diffèrent de 4" de celles qui les ont précédées ou suivies immédiatement le 3 & le 5. Je n'en tirerai donc aucune conséquence.

Il reste, parmi les observations faites les mêmes nuits à *Tarqui* & à *Cochesqui*, celles du 8, du 9 & du 17 Décembre; qui n'ont pas les mêmes sujets de reproche. Nous trouvâmes le 9, M. *Bouguer* & moi, chacun de notre côté, les mêmes distances au zénith que la veille: nos observations du 17, faites dans une situation contraire des deux instrumens, s'accordent aussi avec celles qui les ont suivies immédiatement. Ce sont celles que je choisis: & voici comme j'en tire l'amplitude de l'arc compris entre les parallèles de nos deux observatoires, indépendamment de toute équation; & même, sans employer la distance vraie de l'étoile au zénith de chaque lieu.

OBSERVATIONS

## OBSERVATIONS SIMULTANÉES

Aux deux extrémités de la Méridienne.

Amplitude de l'Arc céleste, compris entre les deux Zéniths.

Les 8 & 9 Décembre 1743: M. Bouguer observa la distance de l'étoile  $\epsilon$  d'Orion au Zénith de *Cotchesqui* du côté du Sud; égale à la valeur du demi-arc tracé sur son Secteur, de  $1^d 25' 55''$ , plus par le Micromètre  $59''$ . Donc de  $1^d 26' 54'',0$

Les mêmes nuits: j'observai la distance de la même étoile au zénith de *Tarqui*, du côté du Nord; égale à la valeur du demi-arc de mon Secteur,  $1^d 41' 7'',5$  }  $3^d 8' 40'',1$   
plus 88 parties du Micromètre =  $+ 38,6$  }  $1^d 41' 46,1$

Somme des deux distances observées; égale à l'Amplitude apparente de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles des deux observatoires,  $\pm$  l'erreur de la position

des lunettes des deux Secteurs. . . . .  $3^d 8' 40'',1$

Le 17 Décembre: les deux instrumens étant retournés, & dans une situation contraire à la précédente; M. Bouguer observa, à *Cotchesqui*, la distance de la même étoile au zénith, vers le Sud, égale au demi-arc de son Secteur, de  $1^d 25' 55''$ , moins par le Micromètre  $1' 16''$ : en tout...  $1^d 24' 39,0$

A *Tarqui*, la même nuit: j'observai la distance de la même étoile au zénith vers le Nord,  $1^d 41' 7'',5$  }  $3^d 5' 17,8$   
moins  $65\frac{1}{2}$  parties du Micromètre =  $- 28,7$  }  $1^d 40' 38,8$

Somme des deux distances observées, égale à l'Amplitude apparente de l'arc du Méridien, compris entre les

deux zéniths,  $\mp$  l'erreur des lunettes des deux Secteurs...  $3^d 5' 17'',8$

Double Amplitude de l'arc, l'erreur des deux Secteurs corrigée . . . .  $6^d 13' 57'',9$

Vraie Amplitude de l'arc, sauf la réfraction . . . . .  $3^d 6' 58,9\frac{1}{2}$

Somme des deux réfractions qui ont diminué l'apparence de chacune des deux distances au zénith . . . . .  $2$

Amplitude vraie de l'arc, réfraction corrigée . . . . .  $3^d 7' 0'',9\frac{1}{2}$

\* L'Instrument étant retourné, l'erreur de la position de la lunette doit être en sens contraire à la précédente, & par conséquent de signe différent.

Hh

Donc, négligeant la fraction, l'amplitude vraie de l'arc, terminé par les cercles parallèles, qui passent par les observations de *Tarqui* & de *Cotchesqui*, est de  $3^d 7' 1''$ , en la tirant uniquement des observations simultanées; la même chose précisément qu'on a déjà trouvée par le résultat moyen de toutes les observations correspondantes, fondues ensemble, & réduites à la même époque, en leur appliquant les équations.

Dans l'extrait de nos opérations, que *M. Bouguer* a donné dans les Mémoires de 1744, il a conclu la même amplitude; & probablement par une combinaison de nos observations, différente de la mienne. Il a trouvé cette amplitude moindre d'une seconde par ses observations de l'étoile  $\alpha$  du *Verseau*, & plus grande de deux secondes par l'étoile  $\theta$  d'*Antinoüs*. Comme il ne m'a point communiqué les observations qu'il a faites de ces deux étoiles à *Cotchesqui*, je n'ai pu les comparer à celles que je fis à *Tarqui* dans le même temps: & qui d'ailleurs sont en petit nombre, parce qu'elles passaient alors en plein jour; & que n'étant que de la 2<sup>e</sup> & 3<sup>e</sup> grandeur, je ne les apercevois que très-rarement. La petite quantité, dont l'arc conclu par ces deux étoiles, diffère en plus & en moins de l'arc conclu par  $\epsilon$  d'*Orion*, ne sert qu'à confirmer la première détermination, d'autant plus que c'est sur-tout aux observations d' $\epsilon$  d'*Orion* que nous nous sommes attachés; & que les correspondantes & simultanées, faites en même temps aux deux extrémités de l'arc, sont, de l'aveu de *M. Bouguer*, celles auxquelles toutes les circonstances nous obligent de donner la préférence.



## ARTICLE XXIV.

*Détermination de la longueur du degré du Méridien  
aux environs de l'Équateur.*

Nous venons de trouver l'amplitude de l'arc compris entre les deux cercles parallèles qui passent par les observatoires de *Cotchesqui* & de *Targui*, de  $3^{\text{d}} 7' 1''$ , & la distance de ces deux mêmes parallèles a été trouvée (*Part. I, art. XXVII, p. 104*) de 176950 toises. Il n'y a plus qu'à comparer ce nombre de toises à celui des degrés, minutes & secondes de l'arc correspondant, pour en conclure la valeur du degré.

J'avois remarqué, dès le temps de mes premiers calculs à *Quito*, que par les différens choix, & les diverses combinaisons des observations, on trouvoit l'amplitude de l'arc plus grande ou plus petite d'environ une seconde que  $3^{\text{d}} 7' 0''$ ; ce qui m'engagea à calculer la valeur du degré sur ce nombre rond de minutes, qui tenoit le milieu entre les différentes déterminations\*. En divisant 176950 toises, longueur de l'arc, par son amplitude; supposée de  $3^{\text{d}} 7' 0''$ , ou de 187 minutes, on trouvera à proportion, la longueur du degré de 56775,42. Si on ajoute une seconde de plus au diviseur; c'est-à-dire, si on divise la même longueur de la mesure géométrique par  $3^{\text{d}} 7' 1''$ , amplitude de l'arc telle qu'elle a été conclue, tant de nos dernières observations correspondantes, prises toutes ensemble, que des seules

\* C'est sur ce pied-là que j'ai fait le calcul dans l'extrait de mes observations, daté du Port de *Jaën* le 3 Juillet 1743, envoyé en Europe pour être remis à l'Académie, si je mourois en chemin, & dont une copie est restée en dépôt à *Quito*. *Voy. Introd. histor. Juillet 1743.*

## 228 MESURE DES TROIS PREMIERS

observations simultanées, on trouvera la longueur du degré de  $5\ 677\ 0'20$ ; au lieu de  $5\ 677\ 5'42$ , qu'on avoit trouvées par le précédent calcul : ce qui fait voir qu'une seconde de plus dans l'amplitude de l'arc, ne diminue la longueur du degré que d'un peu plus de 5 toises; & qu'ainsi quelques secondes de plus ou de moins ne la changeroient qu'à proportion.

Telle est la longueur du degré tiré de nos observations astronomiques, communes à M. Bouguer & à moi, & de ma mesure particulière des Triangles; mais cette longueur est celle du degré au niveau de *Carabourou*, le plus bas de nos Signaux, & le terme septentrional de notre première Base; & ce Signal étoit élevé de 1 226 toises (*Part. I, art. XIV, page 52*) au dessus de la surface de la mer.

Il reste à réduire notre mesure à ce niveau, pour la pouvoir comparer à celle des degrés mesurés en France & en Laponie.

Il est évident que le degré au niveau de *Carabourou*, est plus grand que le degré au niveau de la mer, dans la même raison que le rayon de la Terre, pris depuis son centre jusqu'à la hauteur de *Carabourou*, est plus grand que le rayon de la Terre, terminé par la surface de la Mer. Supposons, comme je l'ai déjà fait en pareil cas (*Voy. la Note, Part. I, art. I, p. 8*), que le rayon de la Terre, près de l'Equateur, soit de  $3\ 268\ 319$  toises, au niveau de la mer; (les hypothèses les plus différentes sur la figure de la Terre n'apporteront point de différence sensible dans la conséquence que nous allons tirer de notre supposition, pour la réduction du degré). Ajoutons 1 226 toises au rayon supposé, nous aurons le rayon au niveau de *Carabourou*, de  $3\ 269\ 545$  toises, dont 1 226 toises est à peu près la  $2666\frac{1}{2}$  partie. Il y a donc  $\frac{1}{2666\frac{1}{2}}$  à retrancher de la longueur

du degré mesuré, & rapporté au niveau de *Carabourou*; c'est-à-dire, à peu près  $21\frac{1}{4}$  toises à ôter de 56770'20. Ainsi il restera 56749 toises, ou, en nombre rond, 56750 toises, pour la longueur au niveau de la mer, d'un des premiers degrés du Méridien : je dis d'un des premiers degrés, parce que dans les hypothèses les plus diverses de la courbure de la Terre, les trois premiers degrés diffèrent à peine d'une toise.

## ARTICLE XXV.

*De l'erreur possible dans la détermination précédente de la valeur du degré du Méridien.*

SI quelque erreur a pû se glisser dans la détermination précédente de la valeur du degré, elle provient nécessairement, ou du défaut de la mesure astronomique de l'amplitude de l'arc du Méridien, ou du défaut de la mesure géodésique de la longueur du même arc.

Si on se rappelle tout ce qui a été dit (*Part. II, art. V, page 126, & art. XVII, XVIII, XIX, XX, XXI*) sur les observations par lesquelles l'amplitude a été conclue; leur nombre, leur choix, les précautions qui ont été prises, l'accord de deux différens Observateurs, en différens temps, avec divers instrumens, & en variant les procédés; je crois qu'on m'accordera sans peine, qu'on peut raisonnablement supposer, qu'il n'y a pas plus de trois secondes d'erreur à craindre sur l'amplitude observée de l'arc de 3 degrés 7 minutes. Cette erreur n'est que possible; supposons-la réelle, & doublons-la encore, elle sera de six secondes sur un arc de 3<sup>d</sup> 7'; c'est-à-dire,

H h iij

## 230 MESURE DES TROIS PREMIERS

de deux secondes, ou de 31 à 32 toises par degré.

Examinons maintenant quelle erreur peut comporter ma mesure géodésique. On a vu (*Part. I, art. XXV & XXVI, page 93 & suiv.*) que si on en juge par la différence d'une toise, trouvée entre la longueur de la seconde Base conclue par le calcul, & la longueur actuellement mesurée; toute l'erreur qu'on auroit à craindre, & même avec très-peu de vrai-semblance, ne seroit que de 18 toises sur 176950; ce qui ne revient pas à 6 toises par degré. Je n'insiste pas sur ce que j'ai fait voir d'ailleurs (*Part. I, art. XXIII, page 86*), que j'aurois pû réduire cette différence à la moitié.

Servons-nous d'un nouveau moyen pour évaluer cette même erreur, en comparant ma mesure trigonométrique à celle des deux autres Académiciens.

Nous sommes d'accord, M. Bouguer & moi, dans la seconde (*art. XXIII, page 226*) sur l'amplitude de l'arc du Méridien, tirée de nos observations communes par diverses combinaisons. Nous ne pouvons donc différer que sur la longueur du même arc, conclue par nos diverses mesures d'angles.

Mémoires de l'Académie de 1744, page 294. M. Bouguer fait la longueur du degré au niveau de la mer de 56746 toises; je l'ai trouvée, par ma mesure particulière; de 56749 toises (*art. précéd.*): c'est-à-dire, plus grande que lui

Mémoires de l'Acad. 1744, page 297. de trois toises. M. Bouguer ajoute 7 toises par degré pour l'équation de la variation de la Toise, à laquelle j'ai cru ne devoir pas avoir égard, par les raisons que j'ai exposées (*Part. I, art. XXII, page 80 & suiv.*). Par cette dernière détermination, son degré, au lieu d'être de 3 toises plus petit que le mien, est donc de 4 toises plus grand; & comme je me suis arrêté au nombre rond de 56750 toises, il s'ensuit, que toute correction faite, la

mesure trigonométrique de M. *Bouguer* ne diffère de la mienne que de 3 toises sur le degré, & en excès.

Quant à la mesure géodésique de M. *Godin*, non seulement elle n'a pas été exécutée avec les mêmes instrumens que les deux autres, mais d'ailleurs la Suite des Triangles est différente de celle que M. *Bouguer* & moi, nous avons, chacun, mesurée à part : outre que celle de M. *Godin* contient quelques Triangles de plus vers le Nord, & quelques autres de moins vers le Sud (*Voyez Partie I, article III, page 12*). Cependant comme nos trois mesures ont un grand nombre de points communs, on peut comparer une grande portion de celle de M. *Godin*, à celle de M. *Bouguer* & à la mienne. Pour éviter la longueur du calcul & les réductions, je me contenterai de comparer la distance des parallèles des Signaux du *Coraçon* & de *Boueran*, situés l'un à  $0^d 32'$ , & l'autre à  $2^d 35'$  de latitude australe : je la trouve toute calculée dans le livre d'observations déjà cité, imprimé à *Madrid* en 1748, page 213. Si l'on ajoute les distances des parallèles des Signaux intermédiaires, suivant le calcul qu'en a fait M. le Commandeur *Don Georges Juan*, qui a toujours opéré sur le terrain conjointement avec M. *Godin* ; on aura la distance totale entre le Parallèle du *Coraçon* & celui de *Boueran*, réduite au niveau de la mer, de 117531',08. Or cette même distance, au niveau de *Carabourou*, est, par le calcul de mes Triangles (*Part. I, art. XIX, page 68*), de 135193',13 — 17612',12 = 117581',01, dont retranchant  $43' \frac{1}{2}$ , pour la réduire au niveau de la mer, il restera 117537',51 ; c'est-à-dire, environ 6 toises de plus que par les Triangles de M. *Godin*, sur une étendue qui comprend plus de deux degrés.

*Voy. la Carte  
des Triangles,  
Planche II.*

Ma mesure trigonométrique n'excède donc celle de *M. Godin* que de 3 toises sur la longueur d'un degré. Nous venons de voir que la mienne est plus courte que celle de *M. Bouguer* de la même quantité; elle tient donc précisément le milieu entre les mesures des deux autres Académiciens.

Cette différence entre trois mesures exécutées séparément & avec divers instrumens, n'est pas la dix-neuf millième partie de la quantité mesurée. Faut-il d'autre preuve de la grande exactitude des trois opérations?

Puisque ma mesure géodésique est moyenne entre les deux autres, je serois en droit de la regarder comme exacte; mais supposons que la différence de trois toises, en plus ou en moins, provienne d'une erreur qui soit toute entière de mon côté; cette erreur pourroit diminuer celle de 3 2 toises par degré, que nous avons supposée dans la mesure astronomique: car il est aussi probable que cette seconde erreur se trouve en sens contraire, que du même sens que la première; mais ne prenons point encore ici de milieu, & supposons au contraire que les deux erreurs s'ajoutent, au lieu de se compenser en partie.

Que résultera-t-il de toutes ces suppositions forcées, d'erreurs plus grandes que celles qu'on peut craindre avec quelque fondement? C'est qu'il ne seroit pas physiquement impossible que l'erreur, dans ma détermination de la valeur du degré du Méridien, montât d'une part à 3 2 toises, & de l'autre à 3 toises, ou en tout à 3 5 toises; mais qu'il est, sans comparaison, plus vrai-semblable qu'elle est beaucoup moindre; & très-possible qu'elle soit si petite, qu'elle ne mérite aucune considération.

Je

Je pourrois encore déterminer la valeur du degré par mes seules observations particulières : en comparant la longueur d'un arc du Méridien, de 162128 toises (*a*), tirée de la mesure de mes Triangles ; à l'amplitude du même arc, conclue de 2<sup>d</sup> 51' 25" (*b*), par les deux distances de la même étoile au zénith, que j'ai observées à *Quito* en Juillet 1742, & à *Tarqui* en Janv. 1743 : & de deux secondes plus grande en corrigeant la réfraction. En ce cas je trouverois la longueur du degré, réduite au niveau de la mer, de 56717 toises, au lieu de 56749, ou 56750 ; c'est-à-dire, moindre de 32 ou 33 toises que celle qui résulte de ma précédente détermination ; mais comme je ne mets pas la dernière, en parallèle avec celle que j'ai déduite de nos observations simultanées aux deux extrémités de la Méridienne, je ne fais mention de celle qui m'appartient en propre, que pour faire voir qu'elle s'accorde avec celle à laquelle je me suis arrêté, avec une différence moindre

(*a*) Distance du Signal de *Chinan* à la Perpendiculaire à la Tour de la *Mercy* de *Quito* (*Part. I, art. XIX, pages 68 & 69*), 162995 toises, dont il faut ôter, pour la réduire à la distance des deux observatoires de *Quito* & de *Tarqui*, premièrement 2 toises (*Part. II, art. XIV, p. 175*), parce que le point *L* du plan de *Quito*, où a été faite l'observation astronomique, est deux toises plus austral que la Tour ; puis 857 toises dont *Chinan* est plus austral que l'observatoire de *Tarqui* (*Part. I, art. XXVII, page 103*), & enfin dont il faut encore retrancher 8 toises pour la convergence des Méridiens (*Ibid. page 104.*) *Voyez le plan de Quito.*

(*b*) Distance apparente d'*Orion* au zénith du point *L*, où j'ai observé seul à *Quito*, deux toises plus au Sud que le centre *X* de la Tour de la *Mercy* : 1<sup>d</sup> 10' 15" vers le Sud en la réduisant au 1<sup>er</sup> Janv. 1743 (*Part. II, art. XIV, pages 171 & 176*). Distance apparente de la même étoile au zénith de l'observatoire de *Tarqui*, 1<sup>d</sup> 41' 10" vers le Nord pour le même temps (*Part. II, art. XXI, page 216*). Donc Somme des deux distances au zénith, ou amplitude apparente de l'arc, 2<sup>d</sup> 51' 25". *Voyez le plan de Quito.*

que celle que j'ai assignée aux limites des erreurs possibles.

J'omets, par la même raison, plusieurs observations du Soleil & des mêmes étoiles, faites aux deux extrémités de la Méridienne avec un Quart-de-cercle de trois pieds de rayon, desquelles je pourrais tirer une valeur du degré très-peu différente de celle que je regarde comme la véritable.

Enfin je puis encore comparer la valeur de mon degré à celle que lui attribuent M<sup>rs</sup> les deux Officiers Espagnols, nos Compagnons de voyage. Leur détermination est tirée de deux différentes mesures trigonométriques (*Voy. Part. I, art. III, p. 13*), dont ils comparent le résultat moyen à l'amplitude d'un arc de  $3\frac{1}{2}$  degré, conclue de l'observation astronomique qui leur est commune avec M. Godin, à l'extrémité australe de leur arc, & de celle qu'ils ont faite seuls à l'extrémité boréale de la Méridienne. Ils fixent la valeur du degré du Méridien au niveau de la mer à 5 67 68 toises (*Observ. astronom. y physic. Madrid, 1748, page 295*); ce qui ne diffère encore que de 21 toises en plus, de celle à laquelle je m'en suis tenu : en sorte qu'elle tient à peu près le milieu entre la mesure de ces Messieurs & la précédente, tirée de mes seules observations.

Je crois avoir prouvé que la valeur de 5 67 50 toises, que j'assigne au degré du Méridien proche de l'Equateur, est très-approchant de la véritable. Cependant je me contenterai que l'on m'accorde; & je ne pense pas que ce soit me faire grace, qu'elle n'en diffère pas de plus de 35 à 40 toises. Dès-lors la question de la non sphéricité de la Terre, principal motif de notre voyage, est décidée sans aucun doute, & elle le seroit encore, comme on va le prouver, quand on donneroit à l'erreur possible, des limites beaucoup plus étendues.



## ARTICLE XXVI.

*De l'inégalité des degrés du Méridien, & de ce qui en résulte, quant à la figure de la Terre.*

J'AI fait voir que l'erreur, dans la détermination précédente de la valeur du degré, ne pouvoit monter à 40 toises, en faisant les suppositions les plus violentes & les moins vraisemblables; mais cette erreur fût-elle beaucoup plus considérable, il seroit encore évident que la Terre n'est pas sphérique, & que l'axe qui la traverse d'un Pole à l'autre est plus court que le diamètre de son Equateur; ce qu'on exprime ordinairement, en disant que la Terre est un sphéroïde aplati vers les Poles, parce que cette proposition est une conséquence nécessaire de la précédente.

Qu'on prenne la longueur du premier degré du Méridien, telle que je viens de l'établir; qu'on y ajoute, ou qu'on en retranche si l'on veut, 40 toises, & qu'on la compare ensuite à quelle que ce soit des mesures des degrés du Méridien, exécutées en France. Sans entrer, quant à présent, dans aucune discussion sur celle qui mérite la préférence, on trouvera toujours que notre premier degré de latitude est plus petit qu'il n'est en France, sous le parallèle de Paris, d'environ 300 toises.

D'un autre côté, si on compare à celui-ci, le 66<sup>e</sup> degré, mesuré par les Académiciens qui ont fait le voyage du Nord, on verra que ce dernier est plus long de 300 à 400 toises que celui de France. Les deux degrés extrêmes, l'un voisin de l'Equateur, l'autre qui coupe le cercle polaire, diffèrent donc de

## 236 MESURE DES TROIS PREMIERS

700 toises. Il suffit que les Observateurs aient eu des yeux, pour que des différences aussi considérables ne puissent être attribuées à des erreurs d'observation.

Il n'est donc plus permis de douter que le degré du Méridien ne soit plus petit près l'Equateur que vers le Pole, & de-là il s'ensuit nécessairement, que la Terre est aplatie vers les Poles, & rehaussée sous l'Equateur. Je n'insisterai pas sur les preuves d'une conséquence avouée de tous les Mathématiciens, & que M. de *Maupertuis*, dans son Discours sur la mesure du degré au Cercle polaire (*page 8*), & dans plusieurs autres ouvrages, à mise à la portée de tout le monde, en l'exposant de la manière la plus claire & la plus sensible; je me contenterai de faire le raisonnement suivant en faveur de ceux à qui il n'est besoin que de rappeler leurs idées sur cette matière. L'éloignement des étoiles fixes à la Terre est si prodigieux, que quelque distance que parcourût un Voyageur sur la Terre, il verroit toujours les mêmes étoiles répondre à son zénith, si la surface de la Terre étoit absolument plane: ce n'est donc que la courbure qui fait changer la ligne verticale de l'Observateur, & varier la plus grande hauteur apparente d'une même étoile. Parcourir un degré du Méridien, c'est faire assez de chemin vers le Nord ou vers le Sud, pour que l'étoile, qui répondoit à notre zénith, paroisse s'abaisser d'un degré. Ainsi plus la surface de la Terre sera plate, plus il y aura de chemin à faire sur le Méridien, pour apercevoir ce changement dans le zénith. Or les degrés du Méridien ont été trouvés, par toutes les mesures, plus longs vers le Pole que vers l'Equateur: il faut donc faire plus de chemin en approchant du Pole, que près de l'Equateur, pour parcourir

un degré. La Terre est donc moins courbe, & approche donc plus d'un plan vers le Pole: donc la Terre est un sphéroïde aplati.

On tire la même conséquence de la comparaison de toutes les mesures du degré du Méridien, tant de fois répétées en France, en Lapponie & au Pérou; ce qui décide, sans appel, la question qui partageoit les Savans depuis près d'un siècle. Mais quelle est la mesure de cet aplatissement, & dans quel rapport croissent les degrés de latitude en approchant des Poles? C'est ce que nous ignorons encore, & ce qu'il n'est peut-être pas possible de savoir; au moins sans avoir un beaucoup plus grand nombre de degrés mesurés.

Toutes les théories de la figure de la Terre s'accordant à faire le Méridien elliptique, on a été fondé à croire que pour en déterminer la courbure, la mesure de deux degrés suffisoit; & qu'il falloit seulement, pour rendre la détermination plus exacte, que les deux arcs mesurés fussent à la plus grande distance possible entre l'Equateur & le Pole. Voilà quel a été le motif des deux grands voyages, entrepris pour la mesure de la Terre. On étoit d'accord sur la longueur moyenne du degré en France; je dis sur la longueur moyenne, car la différence des degrés voisins est trop petite pour être reconnue immédiatement & sûrement par les observations. Il sembloit donc qu'il n'y eût plus qu'à comparer le degré moyen du Méridien en France, aux degrés qui devoient en différer le plus, soit par défaut, soit par excès. On a été chercher ces degrés sous l'Equateur d'une part; & de l'autre, le plus près du Pole qu'il a été possible: & quand même la différence de l'un, ou de l'un & l'autre de ces deux degrés à celui de France auroit pû échapper aux observations, on jugeoit, avec raison,

### 238 MESURE DES TROIS PREMIERS

qu'au moins la différence entre les deux degrés extrêmes, ne pourroit manquer de se manifester, pour peu qu'elle fût notable. Elle s'est manifestée en effet, & d'une manière très-sensible; non seulement entre les degrés extrêmes, mais encore de plus de 300 toises, entre chaque degré, & le degré moyen: comme il a déjà été remarqué. Chaque comparaison qu'on peut faire, entre deux arcs mesurés à une grande distance, fournit une nouvelle preuve de l'inégalité des degrés croissans de l'Equateur au Pole; & par conséquent de l'excès du diamètre de l'Equateur sur l'axe du sphéroïde. Cependant il s'en faut beaucoup que toutes ces comparaisons donnent par le calcul un même rapport d'inégalité entre l'axe de rotation & le diamètre de l'Equateur. Si nous n'avions aujourd'hui qu'une des deux mesures du degré du Méridien, ou au Pérou, ou en Lapponie, à comparer à celle du degré moyen de France, on ne se seroit peut-être pas avisé de douter que l'ellipse, qui résulloit de cette comparaison, pût ne pas donner la vraie courbure du Méridien; mais les trois mesures des degrés de latitude en Lapponie, en France & au Pérou, nous ont appris qu'on trouvoit autant de différentes ellipses qu'on peut faire de différentes combinaisons des degrés mesurés; c'est ce que nous allons bientôt prouver, en appliquant aux mesures, exécutées sous le Cercle polaire, en France & sous l'Equateur, les formules données par M. de Maupertuis (*Mém. de l'Acad.* 1737, page 463, & *Mes. du deg. du Mérid. du Cercle polaire*, Liv. 1, chap. IX, page 127).

## ARTICLE XXVII.

*Des différentes mesures du degré du Méridien en France.  
Erreur dans la mesure astronomique de M. Picard.*

AVANT que de comparer entr'eux les degrés du Méridien, mesurés à diverses latitudes, il est important de remarquer, qu'il y a eu plusieurs différens arcs du Méridien mesurés sous le Parallèle de Paris, en divers temps, & par différens Observateurs. De-là ont résulté plusieurs diverses mesures du même degré, qu'il est à propos de distinguer ici, pour prévenir toute équivoque. Cette discussion tient de trop près au sujet que je traite, pour pouvoir être regardée comme une digression.

1° M. Picard, dans sa mesure de la Terre (*art. X, page 81*), détermine la longueur du degré du Méridien entre Paris & Amiens; c'est-à-dire, à très-peu près, celle du 49° degré de latitude, de . . . . . 57060 toises.

2° Si on applique aux observations astronomiques, dont M. Picard a conclu la longueur du degré, les équations dont elles ont besoin, & qu'il a négligées, ou qui étoient inconnues de son temps, l'amplitude de son arc sera augmentée de  $11' \frac{1}{2}''$ , & la longueur de son degré ne sera plus que de . . . . . 56925 toises.  
*Voy. Mes. du deg. au Cerc. pol. Liv. I, chap. VIII, p. 126.*

3° Ce même degré, conclu par la nouvelle mesure astronomique de M<sup>rs</sup> de Maupertuis, Clairaut, Camus & le Monnier (*Degr. du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. VIII, page LIV*), & par la mesure topographique de M. Picard, est de

## 240 MESURE DES TROIS PREMIERS

57183 toises, en négligeant la réfraction qui diminueoit l'arc apparent d'environ une seconde.

4° Et ayant égard à la réfraction, il sera de 57164 toises.

5° Enfin si on tire la valeur du même degré, de l'amplitude de l'arc mesuré en France en 1739 par les Académiciens du voyage du Nord, & de la nouvelle mesure géodésique de la longueur de cet arc par M<sup>rs</sup> Cassini de Thuri, & de la Caille (*Mérid. de Paris vérif. pp. 50 & 112*), on le trouvera de 57074  $\frac{1}{2}$  toises.

Voilà, comme on voit, quatre ou cinq déterminations du même degré, autorisées par des suffrages d'un grand poids, & tour à tour regardées comme les véritables.

La première de ces mesures, celle de M. Picard, de 57060 toises, a long-temps été universellement reconnue pour la vraie longueur du degré d'un grand cercle de notre globe; elle a servi à tous les calculs des Géographes, des Astronomes & des plus habiles Pilotes; non seulement tant que la Terre a été réputée sphérique, mais encore depuis que les théories de M<sup>rs</sup> Huygens & Newton eurent jeté les premiers doutes sur sa sphéricité. Ce dernier même, établissant par ses principes l'inégalité des degrés terrestres, prit la mesure de M. Picard pour celle du degré moyen du Méridien; & avec d'autant plus de fondement, que cette mesure avoit été confirmée par M. Cassini, qui avoit trouvé en 1718 le degré moyen entre les huit degrés de latitude, mesurés en France, de 57061 toises, de la même longueur, à une toise près, que M. Picard (*Voy. Suite des Mém. de l'Acad. de 1718: De la grand. & de la fig. de la Terre, page 247*).

Il faut encore convenir qu'il n'y a pas même aujourd'hui  
une

une grande erreur à craindre en prenant ce degré pour le degré moyen du Méridien , puisqu'il ne diffère que très-peu de la valeur qui a été assignée par les dernières mesures au degré moyen de latitude en France , lequel , dans toutes les hypothèses , tient à peu près le milieu entre les degrés extrêmes du Méridien.

Mais en voyant le degré de *M. Picard* s'accorder , à 14 ou 15 toises près , avec celui que *M<sup>rs</sup> Cassini* de *Thury* & de la *Caille* ont fixé à  $57074\frac{1}{2}$  toises en 1740 , par leur nouvelle mesure géographique , combinée avec l'amplitude de l'arc , déterminée l'année précédente par *M<sup>rs</sup>* de *Maupertuis*, *Clairaut*, *Camus*, le *Monnier* & de *Kermadec*, on ne se douteroit pas , sans doute , que cette conformité apparente n'est dûe qu'à une compensation fortuite de plusieurs erreurs très-considérables , tant dans les observations célestes , que dans les terrestres de *M. Picard*; & on ne présumeroit pas vraisemblablement , que l'amplitude de l'arc , intercepté entre les Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*, qui résulte des mesures de cet Astronome , excédât de près de 20 secondes celle qui a été trouvée par les Académiciens du voyage du Nord ; & que la distance de *Paris* à *Amiens*, calculée sur les Triangles de *M. Picard*, surpassât de près de 100 toises celle qui se conclut des nouvelles mesures trigonométriques de *M<sup>rs</sup> Cassini* de *Thury* & de la *Caille*.

C'est ce qui n'a pas , ce me semble , encore été suffisamment éclairci , & ce qu'il est aisé de démontrer , en rapprochant sous un même point de vue ce qui se trouve répandu en divers ouvrages , publiés depuis quelques années.

## ARTICLE XXVIII.

*Comparaison de la mesure de l'amplitude de l'arc du Méridien entre Paris & Amiens, par M. Picard, à celle du même arc nouvellement mesuré en 1740.*

MESSEURS de Maupertuis, Clairaut, Camus & le Monnier, depuis leur retour de Laponnie, entreprirent, comme on fût, de mesurer le degré du Méridien de Paris à Amiens avec le même Secteur qui leur avoit servi à l'observation du degré qui coupe le Cercle polaire. Ils trouvèrent en 1739 l'amplitude de l'arc du Méridien, intercepté entre le Parallèle de l'extrémité septentrionale de la rue de Louis-le-Grand à Paris, & celui du Jardin du Roy à Amiens, de  $1^d 1' 12''$  (*Voy. Deg. entre Paris & Amiens, page liv*). Et comme pour réduire cet arc à celui qui est compris entre les parallèles des deux Cathédrales, il faut ajouter 1105 toises d'une part, &  $98 \frac{1}{2}$  toises de l'autre (*Ibid.*): en tout  $1203 \frac{1}{2}$  toises  $\equiv 1' 16''$ ; ces M<sup>rs</sup> conclurent l'arc du Méridien, entre les deux Eglises, de  $1^d 1' 12'' + 1' 16''$ ; c'est-à-dire, de  $1^d 2' 28''$  (*page v*)\*. Dans ce calcul, on a négligé la réfraction, qui ne monte qu'à  $1''$ ; mais comme on y a eu égard dans les calculs précédens, j'en tiendrai compte dans celui-ci, pour procéder uniformément: On aura donc l'amplitude de l'arc du Méridien, observée par les quatre Académiciens; savoir, à Paris, au nord de la rue de Louis-le-Grand, & à Amiens au Jardin du Roy, de  $1^d 1' 13''$ ,

\* Entre la flèche de l'Eglise de Notre-Dame d'Amiens & la Guérite de la Tour australe de Notre-Dame de Paris.



en ayant égard à la réfraction ; & par conséquent l'amplitude de l'arc entre les deux Cathédrales de  $1^d 2' 29''$ .

Voyons maintenant ce qui résulte des observations de M. Picard. La distance des Parallèles, ou la différence de latitude de *Malvoisine* & d'*Amiens*, entre les deux points où M. Picard a observé, est, selon cet Astronome, de  $1^d 22' 55''$  (*Mes. de la Terre, art. X, p. 78*).

Mais le pavillon de *Malvoisine*, qui a servi de Signal pour les Triangles, est, selon M. Picard, 19376 toises plus austral que Notre-Dame de *Paris* (*Mes. de la Terre, art. VII, pages 57 & 58*) ; & le point où M. Picard observa l'étoile à *Malvoisine* (*art. X, page 77*), étoit 18 toises plus austral que le pavillon. Donc 19394 toises au Sud de Notre-Dame de *Paris*.

A *Amiens*, au contraire, l'Eglise est de 75 toises plus Nord, que le lieu des observations de M. Picard, (*art. X, page 77*) :

Il y a donc 75 toises à ajouter, & 19394 toises à ôter ; c'est-à-dire en total, 19319 toises à retrancher de la distance des deux observatoires de M. Picard, pour réduire son arc aux deux Cathédrales.

Or 19319 toises, supposant avec M. Picard le degré de 57060 toises, sont équivalentes à  $20' 19''$ , donc l'amplitude apparente de l'arc, compris entre les parallèles des deux Cathédrales, doit être, suivant la manière de calculer de M. Picard,  $1^d 2' 36''$  ; c'est-à-dire, de  $7''$  plus grande que  $1^d 2' 29''$ , qui se déduit des observations des Académiciens du voyage du Nord.

Cet arc doit encore être augmenté, à cause des mouvemens apparens de l'étoile dans l'intervalle des observations,

Kk ij

#### 244 MESURE DES TROIS PREMIERS

faites aux deux extrémités de l'arc : il y a  $8''\frac{1}{2}$  à y ajouter pour l'aberration de la lumière,  $1''\frac{1}{2}$  pour la précession des Equinoxes, & autant pour la réfraction (*Méf. du deg. au Cercle pol. chap. VIII, page 126*). Si donc M. *Picard* avoit fait ces corrections, il eût trouvé son arc plus grand de  $11''\frac{1}{2}$  qu'il ne l'a conclu.

Donc l'amplitude de l'arc de M. *Picard* entre les Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*, corrigée par toutes les équations, est de . . . . .  $1^d 2' 47''\frac{1}{2}$ .

Celle du même arc, par les observations des quatre Académiciens, ayant égard à la réfraction.  $1 \ 2 \ 29.$

Différence entre les deux amplitudes . . .  $18''\frac{1}{2}$ .

Quelque reconnues que soient l'habileté de M. *Picard*, & son exactitude dans les observations, elles ne peuvent balancer l'authenticité de la dernière détermination. Indépendamment des  $11''\frac{1}{2}$  d'erreur que cause l'omission des équations, on fait que du temps de M. *Picard*, les instrumens d'Astronomie étoient beaucoup moins parfaits qu'ils ne le sont depuis quelques années; d'ailleurs, nous ne voyons point qu'il ait vérifié les divisions de celui qui lui servit à prendre les distances d'étoiles au zénith. Enfin, sans entrer dans le détail de la critique qu'on pourroit faire de son Secteur, il est évident que le degré de précision qu'il comportoit ne peut être mis en parallèle avec la perfection du Secteur de M. *Graham*, qui, par la vérification faite de 15 en 15 minutes, dans le voyage au Cercle polaire (*chap. VII, page 120*), & par toutes les épreuves qui en ont été faites, surpasse tout ce qu'on a connu de plus parfait en ce genre.

Enfin le concours de quatre Observateurs habiles, la con-

formité de leurs observations, répétées sur deux étoiles différentes à *Amiens* & à *Paris*; la preuve de fait qu'ils ont donnée, par l'inversion de leur Secteur, à *Paris*, à *Amiens*, & derechef à *Paris* (*Deg. du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. III, p. xxiv & suiv.*), que la ligne verticale n'étoit pas sujette à varier dans cet instrument par le transport, comme dans les instrumens ordinaires : toutes ces circonstances ne laissent aucun doute, que l'erreur dans l'observation astronomique ne soit toute entière du côté de *M. Picard*.

L'amplitude corrigée de *M. Picard*, plus grande de  $18''\frac{1}{2}$  que celle du même arc, déterminée par les quatre Académiciens, devoit produire une différence de 300 toises, entre les longueurs du même degré, mesuré en France par *M. Picard*, & par ces Messieurs. Si donc ils n'ont conclu le degré entre *Paris* & *Amiens*, que d'environ 120 toises plus long que *M. Picard*, en ne changeant rien à sa mesure géodésique (*Méf. du deg. du Mérid. entre Paris & Amiens, ch. VIII, p. LIV*) ; ce n'est que l'omission qu'il a faite de  $11''\frac{1}{2}$  d'équation, qui a heureusement rapproché les deux déterminations. Cette omission réduit une différence réelle de  $18''\frac{1}{2}$ , entre les deux amplitudes, à une différence apparente de  $7''$ , entre l'amplitude effectivement conclue par le calcul de *M. Picard*, & celle qui se déduit de l'observation des quatre Académiciens ; mais ces  $7''$  suffiroient encore pour faire trouver la valeur du degré plus grande de 110 toises que *M. Picard* ne l'a jugée ; si de nouvelles erreurs, dans les mesures trigonométriques qui ont servi à conclure la distance de *Paris* à *Amiens*, n'avoient donné lieu à une nouvelle compensation. Cet examen sera le sujet de l'article suivant.

## ARTICLE XXIX.

*Examen de la Base de M. Picard, & de sa mesure géodésique de la distance de Paris à Amiens.*

L'ERREUR dans l'observation astronomique de M. *Picard*, avoit été reconnue & confirmée en 1739, sans que l'on eût songé à former le moindre doute sur la justesse de sa mesure trigonométrique, & moins encore sur la mesure actuelle de la Base qui y servoit de fondement; c'est-à-dire, sur la distance du moulin de *Villejuif* au pavillon de *Juvisy*, laquelle avoit été employée sur le pied de 5663 toises. Ce ne fut qu'en 1740 qu'il fut question de vérifier cette distance. M. *Cassini*, aidé de M. l'Abbé de la *Caille*, la trouva alors plus courte que M. *Picard* ne l'avoit trouvée, de près de 6 toises; c'est-à-dire, d'environ une toise par mille: différence qui doit influer nécessairement sur toutes les distances conclues par cette Base. Cette erreur, si elle est réelle, ce que nous allons examiner, ne peut guère s'expliquer qu'en supposant que la Toise, qui avoit servi d'étalon à M. *Picard* dans la mesure de sa Base, étoit trop courte d'environ  $\frac{1}{1000}$  partie; c'est-à-dire, de près de  $\frac{2}{10}$  de ligne: ce qui ne paroît pas aisé à concilier avec ce qu'on lit dans le livre de la Mesure de la Terre de cet Auteur (*art. IV, page 15*); mais de peur qu'il n'arrive à notre Toise, comme à toutes les mesures anciennes dont il ne nous reste plus que le nom, nous l'attacherons à un original, lequel, étant tiré de la nature même, doit être invariable & universel. M. *Picard* rapporte ensuite le détail de son expérience du Pendule, & conclut la

longueur du Pendule à secondes de 36 pouces  $8\frac{1}{2}$  lignes de la Toise de *Paris*, en prenant le milieu entre les observations faites en hiver & en été, après avoir remarqué que la différence n'étoit que de la dixième partie d'une ligne.

Or cette longueur du Pendule de *M. Picard* diffère à peine de  $\frac{1}{17}$  de ligne de celle qu'a trouvée *M. de Mairan*, qui l'a déterminée, avec le plus grand scrupule, de 36 pouces  $8\frac{57}{100}$  ligne \*; & la conformité entre ces deux résultats est telle, que deux Observateurs, qui opéreroient en même temps dans le même lieu, & en suivant les mêmes procédés, n'oseroient se flatter d'en rencontrer une plus grande; non seulement en faisant une expérience aussi délicate que celle dont il est ici question, mais peut-être même dans la simple comparaison de deux mesures. Ceci posé, on ne peut disconvenir, à moins de se jeter dans les conjectures les plus hasardées, que la Toise, dont *M. Picard* a tiré sa mesure du Pendule de 36 pouces  $8\frac{1}{2}$  lignes, ne soit sensiblement la même que la Toise de *M. de Mairan*; & nous savons d'ailleurs que celle-ci a été faite par le même ouvrier, & sur le même étalon que les deux Toises qui ont servi à la détermination du degré du Méridien (*Part. I, art. XXI, page 76*); l'une sous l'E'quateur, & l'autre sous le Cercle polaire.

D'un autre côté, si l'on considère que *M. Cassini* a mesuré jusqu'à cinq fois, & en différens temps, la même Base, & qu'il l'a trouvée constamment de près de 6 toises plus courte que *M. Picard*; si on lit, sans prévention, le détail historique de cette vérification dans le livre de la Méridienne de *Paris* vérifiée (*article I, & Discours prélim.*), & si on pèse toutes les circonstances; on sera obligé d'avouer, quelque disposition qu'on

\* *Mém. de l'Acad 1735, page 203.*

ait à tout révoquer en doute, qu'il n'est guère possible d'en former de raisonnables, sur l'exactitude de la nouvelle mesure.

M. *Picard* se propoisoit, comme il le dit dans l'endroit déjà cité de sa Mesure de la Terre, de laisser en dépôt à l'Observatoire royal la longueur de la Toise, & celle du Pendule à secondes, telle qu'il les avoit établies. Si ce projet eût été exécuté, on auroit aujourd'hui, de la façon la plus évidente, le dénouement de la difficulté qui naît d'une part, de la conformité entre la mesure du Pendule par M. *Picard*, & celle de M. de *Mairan*, conformité qui suppose l'égalité des Toises qu'ils ont employées; & d'autre part, de la différence d'une toise sur mille, entre la mesure actuelle d'une même distance, par M. *Picard* & par M. *Cassini*.

En attendant que le temps nous donne sur ce point quelque nouvelle lumière, si toutefois il est permis de l'espérer, voici ce qui me paroît le plus vrai-semblable.

La capacité & l'exactitude de M. *Picard* ne sont contestées de personne : on ne peut, sans lui faire injure, supposer qu'il n'ait pas discuté avec le soin qu'il apportoit à toutes les opérations, l'évaluation qu'il nous a laissée de la longueur du Pendule en pieds, pouces & lignes. Il n'a pas été dans le cas d'emprunter aucun secours étranger pour vérifier cette longueur, il a dû opérer seul dans cette expérience, qu'il a tant de fois répétée : ainsi il n'auroit pû, en cette occasion, se tromper que par une négligence coupable, ou par une malhabileté dont il n'est pas soupçonné. Il n'en est pas tout-à-fait de même de la longueur des perches de bois que M. *Picard* a employées pour la mesure de la Base : il est bien vrai qu'on ne peut douter qu'il n'ait apporté toute son attention à les faire bien ajuster,

&c à

& à les vérifier sur la Toise de fer qui lui servoit de mesure originale; mais j'entrevois plusieurs causes d'erreur, sur lesquelles on étoit alors moins en garde qu'aujourd'hui, & qui peuvent lui avoir fait trouver sa Base plus longue qu'elle ne l'est en effet. Quoique le chaud & le froid ne fassent pas changer, du moins sensiblement, la longueur des mesures de bois, on n'ignore pas que la sécheresse & l'humidité y produisent des variations considérables, & il seroit très-possible que dans l'intervalle du temps où *M. Picard* ajusta & vérifia ses perches sur l'étalon, & celui où il les appliqua sur le terrain, elles se fussent desséchées & raccourcies sensiblement; mais voici quelque chose de moins conjectural.

*M. Picard* nous apprend qu'il se servit de quatre bois de pique, chacun de deux toises, & qu'ils se joignoient à vis deux à deux, pour former des perches de quatre toises (*Méf. de la Terre, art. III, page 13*). Je suppose, & on n'en peut douter, que chaque bois de pique, pris séparément, avoit la longueur précise que *M. Picard* avoit voulu leur donner; mais comme ces bois se joignoient à vis deux à deux, pour former des mesures de quatre toises, il est assez probable qu'en serrant la vis, les deux bois de pique, de 12 pieds chacun, & qui formoient une mesure de 24 pieds, se comprimoient mutuellement; & que la mesure totale en étoit accourcie. Peut-être trouvera-t-on à cela plus que de la probabilité, si l'on fait attention que la vis, qui joignoit les deux bois de pique, suppose une monture cylindrique de cuivre en forme de douille, dans laquelle entroit l'extrémité de ce bois, & ma conjecture à cet égard, s'est trouvée conforme à la vérité. J'ai appris que les perches de *M. Picard* se sont conservées long-temps à

l'Observatoire avec leurs montures, & qu'elles étoient en effet telles que je les suppose : or il est clair, que pour donner à la perche, garnie de sa monture, la mesure exacte d'une toise, il falloit que le bois fût coupé plus court de quelques lignes que sa juste mesure; & ce bois, en se desséchant, étoit disposé à entrer plus avant dans la douille au moindre effort; ce qui devoit nécessairement raccourcir la mesure : & l'on ne peut nier que celui qu'il falloit faire pour serrer la vis qui joignoit les deux perches, ne fût très-propre à produire le même effet, aussi bien que le moindre choc, à l'une des extrémités.

Enfin, M. *Picard* nous apprend, que les deux mesures ainsi ajustées, & de 4 toises chacune, se posoient sur le terrain bout à bout alternativement, circonstance & manière d'opérer qui donnent lieu de juger, qu'en approchant une perche de l'autre pour les faire se toucher exactement, la dernière posée pouvoit faire reculer imperceptiblement la première; sur-tout ces perches étant rondes, légères, & très-propres à glisser sur un pavé uni, tel que celui d'un grand chemin des environs de *Paris*.

Je remarquerai ici en passant, que c'est pour prévenir un semblable inconvénient, que nous avons toujours employé dans nos mesures actuelles, trois perches au moins; en telle sorte, que lorsqu'on en relevoit une, il en restoit au moins deux sur le terrain : afin qu'en posant la dernière, le petit choc, qui seul pouvoit nous assurer de son contact avec la précédente, ne pût faire reculer celle-ci; d'ailleurs cet accident étoit d'autant moins à craindre, que nos perches, longues de 15 ou de 20 pieds, & dressées d'équerre sur leurs quatre faces, avoient un pouce & demi sur deux pouces de gros; & qu'ainsi



elles étoient sujettes à un grand frottement , lors même qu'elles n'étoient soutenues que sur deux appuis , & qu'elles ne portoit pas de toute leur longueur sur le terrain où nous les appliquions immédiatement , quand cela étoit possible.

La manière d'opérer de M. *Cassini* a dû pareillement le mettre à l'abri des causes d'erreur que je viens d'indiquer dans la mesure de M. *Picard* , lesquelles étant constantes , ont dû influer également sur la première & sur la seconde mesure. M. *Cassini* a employé quatre Règles de fer (*Mérid. de Paris vérif. page 33 & suiv.*) , dont trois restoient toujours posées sur le terrain : le frottement causé par leur poids , & leur résistance , ne donnoit pas lieu de craindre qu'en les approchant avec précaution ( sur quoi M. *Cassini* ne s'en rapportoit qu'à lui-même ) , la dernière posée fit reculer les trois précédentes. Ces Règles étoient plates , & ne se joignoient point à vis comme celles de M. *Picard* : l'humidité ni la sécheresse ne pouvoient altérer leur longueur ; & quant aux variations causées par le plus ou le moins de chaleur , M. *Cassini* opéroit le Thermomètre à la main , & les différences qu'il a trouvées , & qui n'ont jamais monté à 2 pieds sur la longueur totale de la Base , ont répondu aux alongemens que les différens degrés de chaleur , indiqués par le Thermomètre , pouvoient avoir causés aux Règles de fer.

Enfin M. *Cassini* a non seulement réitéré la mesure comme M. *Picard* , mais il l'a répétée jusqu'à cinq fois , en différens mois de l'année : ce n'est donc que forcé par l'évidence , que M. *Cassini* a enfin abandonné une mesure qu'il avoit adoptée dans tous ses calculs , & sur laquelle il n'avoit jamais soupçonné d'erreur. Aucune préoccupation n'a pu lui faire illusion

252 *MESURE DES TROIS PREMIERS*

en cette rencontre ; & si l'on pouvoit croire qu'il y en eût eu de sa part, il est clair qu'elle n'eût été qu'en faveur de la mesure de *M. Picard*. Le simple récit des faits suffira pour mettre cette vérité dans tout son jour.

Au mois de Juin 1739, *M. Cassini de Thury* & *M. l'Abbé de la Caille*, ayant vérifié les angles de l'ancienne Méridienne au Sud de *Paris*, jusqu'aux environs de *Bourges*, & formé plusieurs Triangles nouveaux, dont un côté, de 7200 toises, pouvoit être mesuré actuellement; ils le trouvèrent, par une mesure actuelle répétée deux fois sans un pouce de différence, de 7 toises plus court qu'ils ne l'avoient conclu par le calcul des Triangles, en partant de la longueur supposée à la Base de *M. Picard* (*Mérid. de Paris vérif. page 65*). Ce manque d'accord, loin d'inspirer aucune défiance aux deux Observateurs sur la justesse de la mesure de cette Base, ne leur en fit naître que sur l'exactitude de leurs propres opérations. Au mois de Novembre suivant, la Base de *Bourges* fut mesurée une troisième fois par *M. l'Abbé de la Caille*, avec de nouvelles perches, & une nouvelle manière de procéder toute différente des précédentes ; & il trouva précisément la même longueur que les deux premières fois (*Mérid. vérif. ibid.*). Au mois de Mars 1740, il entreprit de recommencer la mesure de ses angles, sur laquelle tomboient tous les soupçons ; il forma une nouvelle Suite de Triangles, observa tous les angles, & retrouva la même conclusion.

Alors on commença à soupçonner la Base de *M. Picard* ; & au mois de Juin 1740, *M. Cassini de Thury* étant parti pour continuer la Carte de la Méridienne en Flandre, *M. Cassini le père*, & *M. de la Caille*, mesurèrent deux fois une distance

de 5729 toises presque dans l'alignement de *M. Picard*; & par trois Triangles formés sur cette mesure, ils conclurent la distance du clocher de *Brie-Comte-Robert* à la Tour de *Montlhéry*, plus petite d'une toise par mille qu'on ne la concluoit par la Base de *M. Picard*, à laquelle la nouvelle fut aussi rapportée immédiatement; cependant ce ne fut qu'après en avoir répété la mesure une troisième fois, que *M. Cassini* fit ce rapport à l'Académie. Mais n'étant pas encore pleinement convaincu lui-même d'un fait si extraordinaire, il recommença une quatrième fois son opération, au mois d'Août de la même année; & retrouvant toujours le même nombre, il demanda à l'Académie des Commissaires, pour être témoins d'une cinquième mesure. Trois des Académiciens qui avoient fait le voyage du Nord, furent nommés pour y assister, & en rendre compte à la Compagnie. Cette nouvelle mesure se trouva conforme aux quatre précédentes; c'est-à-dire, de 5657 toises, au lieu de 5663, en la rapportant aux termes de *M. Picard* (*Mérid. de Paris, vérif. p. 37*). Enfin trois autres Bases mesurées depuis, en Picardie, en Flandre, & en Auvergne, & liées aux Triangles de la Méridienne, ne s'accordent qu'aux calculs faits sur le premier nombre: je laisse maintenant au Lecteur à juger de quel côté est l'erreur.

Si on balançoit encore à se déterminer, voici un dernier fait, qui me paroît suffire pour décider la question. Le registre original de *M. Picard*, ayant été retrouvé en 1743, trois ans après la vérification de la Base de *Villejuif*; on peut y voir encore aujourd'hui coteées de sa main, les longueurs de plusieurs portions de sa Base, comprises entre divers points qu'il désigne: telles qu'il les avoit trouvées en allant, & ensuite en revenant.

De ces points, il y en a quatre qui sont encore reconnoissables, & dont les distances ont toutes été trouvées plus petites que par M. Picard, & toujours dans la même proportion (*Mérid. de Paris vérif. page 38*). En vain entreprendroit-on de jeter quelques doutes sur ce que les termes extrêmes de l'ancienne Base; savoir, le centre du moulin de bois de *Villejuif*, & le coin du pavillon de *Juvisy*, n'ont pas été reconnus avec assez d'évidence, malgré la recherche scrupuleuse qui en a été faite; on n'en pourroit encore rien conclure en faveur de M. Picard: car supposant qu'en effet il ne restât plus le moindre vestige des deux termes de la Base, il n'en sera pas moins vrai, que la distance de la Tour de *Montlhéry* au clocher de *Brie*, conclue par de nouveaux Triangles formés sur la nouvelle Base, prise presque sur l'ancien alignement, s'est trouvée de  $13108',32$ , au lieu de  $13121',60$  qu'avoit trouvé M. Picard par son calcul (*ibid.*), avec une différence de  $13',28$  en moins; c'est-à-dire, proportionnelle à l'erreur reconnue sur la Base; ce qui fournit, contre l'ancienne mesure, un nouvel argument sans réplique.

Quoique le livre de la *Méridienne de Paris vérifiée* soit entre les mains de tout le monde, & qu'on y voie le détail de la vérification de la Base de M. Picard; je n'avois pas laissé d'être frappé de la force de l'objection prise de la conformité de la longueur du Pendule à secondes, trouvée par M. Picard & par M. de *Mairan*. J'ai donc voulu savoir à quoi m'en tenir sur un point, dont les conséquences sont si importantes pour la question de la figure de la Terre; & j'ai cru que ceux qui ne cherchent que la vérité, me sauroient gré d'être entré dans cette discussion, en rapportant quelques faits qui

n'avoient pas encore été publiés, & qui ont contribué à éclaircir mes doutes : c'est à ceux à qui il en resteroit encore à les dissiper entièrement ; soit par la mesure actuelle de l'intervalle des deux termes de la dernière Base de *M. Cassini*, tandis qu'ils subsistent avec évidence ; soit en déterminant, par une nouvelle mesure, la distance entre la Tour de *Monthlery* & le clocher de *Brie*, ou un des autres côtés du Triangle que font ces deux mêmes points avec l'Observatoire, ou avec le clocher de *Montmartre*.

On a construit en 1742 un Obélisque de pierre, pour servir de Terme septentrional à la dernière Base de *M. Cassini* : il en reste un à construire à l'autre extrémité. On y marquera, sans doute, la distance des deux Termes, & il est de l'intérêt de l'Académie de ne permettre pas qu'il reste sur cela le moindre prétexte de douter.

*M. Picard* ne peut s'être trompé sur la mesure de sa Base, sans que toutes les distances qui s'en déduisent ne se soient ressenties de cette erreur ; & puisqu'elle monte à environ une toise d'excès par mille, il s'ensuit nécessairement, que de ce seul chef, il a dû faire la distance des deux Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*, trop grande d'environ 60 toises, en la supposant de 59530 toises, comme on la conclut de ses observations (*Mes. du degré du Mérid. entre Paris & Amiens, chap. I, page v*).

Outre cela, on doit faire attention que *M. Picard*, comme il le dit lui-même, se trouva pressé par le temps, & forma ses derniers Triangles un peu à la hâte. *Nous eussions bien voulu*, dit-il (*Mes. de la Terre, art. VI, page 48*), *avoir assez de temps pour chercher dans les plaines du Santerre quelque point*

## 256 MESURE DES TROIS PREMIERS

propre pour finir cette mesure par deux grands Triangles; mais la saison étoit déjà trop avancée, de sorte que nous fûmes obligés de nous contenter de ce qui se trouvoit aux environs de Sourdou, où il falloit séjourner pour prendre la hauteur du Pole. En effet, M. Picard, dans ses six derniers Triangles, n'a mesuré que deux angles; & ce qui tire fort à conséquence, il y en a parmi ceux qu'il n'a pas mesurés, quelques-uns de fort aigus, & opposés à de petits côtés qui servent de base, pour en conclure de grands. Tel est l'angle à Amiens, entre Sourdou & l'arbre de Moreuil, qu'il a dû conclure de  $25^{\text{d}} 26' 50''$  (*Ibid. page 49*). Cet angle est opposé à un côté de 4822 toises, & il a servi à en conclure un de 11161 toises.

Dans le Triangle formé par les clochers de Coirel, Mondidier & Sourdou, l'angle à Coirel n'a pas été observé; mais seulement conclu par les deux autres, dont l'un, de  $115$  degrés, n'a pu être observé avec un Quart-de-cercle que par deux opérations qui exigeoient des réductions, & elles n'ont pas été faites. Aussi l'angle à Coirel, conclu par M. Picard de  $37^{\text{d}} 8' 0''$  a-t-il été trouvé de  $37^{\text{d}} 6' 50''$  par observation immédiate en 1740 (*Mérid. vérif. page 151*). M. Picard a donc dû conclure la distance de Sourdou à Mondidier, & par conséquent la différence des deux Parallèles, plus grande que la vraie.

Enfin en dernier lieu, M<sup>rs</sup> Caffini de Thury & de la Gaille, par une nouvelle Suite de Triangles mieux disposés que ceux de M. Picard, de laquelle tous les angles ont été mesurés actuellement, & qui, dans la partie depuis Clermont en Beauvoisis jusqu'à Amiens, contient cinq Triangles presque équilatéraux (*Mérid. de Paris vérif. pl. X*), ont conclu la distance des Parallèles de Coirel & d'Amiens (pages 276 & 277), moindre de 45 toises qu'elle

résulte des mesures de M. *Picard*. Dans cette erreur de 45 toises, est comprise, celle d'une toise par mille, dont on a déjà tenu compte, & qui est d'environ 19 toises sur la distance des Parallèles de *Coivrel* & d'*Amiens*. Il reste donc seulement 26 toises, qu'il faut ajouter aux 60 déjà comptées, & on aura 86 toises de différence entre les deux mesures. Il y a, sans doute, encore quelques autres erreurs du même sens, que ces Messieurs n'auroient pas manqué de déterminer, si les arbres de *Boulogne* & de *Morceuil* eussent subsisté dans le temps qu'ils ont vérifié la mesure de M. *Picard*.

Quoi qu'il en soit; par les nouvelles mesures de 1740, prises avec d'autant plus de scrupule, que M<sup>rs</sup> *Cassini* de *Thury* & de la *Caille* s'attendoient à voir leurs opérations vérifiées de nouveau l'année suivante, par les Académiciens qui avoient fait le voyage au Cercle polaire; suivant le projet qui en avoit été formé dans l'Académie: par ces mesures, dis-je, confirmées par deux Suites de Triangles qui donnent à peine une toise de différence sur 66610 toises (*Mérid. de Paris vérif. pages 55 & 57*), la distance de *Paris* à *Amiens* a été trouvée plus petite de 96 toises (*Ibid. p. 51*) que celle qui se déduit des mesures de M. *Picard*; & c'est cette nouvelle erreur sur la mesure géodésique, qui par un hasard singulier, donne lieu à une nouvelle compensation si heureuse, que par le dernier résultat de M. *Picard*, son degré du Méridien ne diffère que de  $14\frac{1}{2}$  tois. de celui qui a été déterminé par les nouvelles mesures astronomiques & géométriques en 1739 & 1740.

En effet M. *Picard* ayant, par un calcul défectueux, conclu l'amplitude de son Arc (que nous avons réduit aux Parallèles des deux Cathédrales de *Paris* & d'*Amiens*), trop

M m

## 258 MESURE DES TROIS PREMIERS

grande de 7" (*art. XXVIII page 245*); & ayant d'autre part trouvé la distance des deux Eglises trop longue de 96 toises, équivalentes à 6 secondes, il n'a dû trouver son degré trop court que de la valeur d'une seconde: aussi l'a-t-il fixé à 57060 toises, le même, à  $14\frac{1}{2}$  toises près, que celui qui a été déterminé de 57074 $\frac{1}{2}$  toises par les observations astronomiques de M<sup>rs</sup> Maupertuis, Clairaut, Camus & le Monnier, & les opérations trigonométriques de M<sup>rs</sup> Cassini de Thury & de la Caille (*Mérid. de Paris vérif. page 50. Voy. la Note*).

## ARTICLE XXX.

*Des divers rapports des axes du Sphéroïde terrestre, tirés de la comparaison des divers degrés mesurés.*

L'INÉGALITÉ des degrés du Méridien, & leur accroissement de l'Equateur au Pole, étant constatés par les mesures actuelles, & les diverses théories s'accordant jusqu'ici à donner à la Terre une figure elliptique; voyons dans cette hypothèse, ce qu'on peut tirer des différentes comparaisons des degrés du Méridien, pour en conclure le rapport des axes de la Terre.

M. de Maupertuis, dans le livre de la *Figure de la Terre déterminée*, & dans les *Mémoires de l'Académie* de 1737, a donné une formule simple & commode, pour conclure par la simple mesure de deux petits arcs du Méridien, le rapport des deux axes de la Terre, supposée elliptique. L'élégance de la solution de M. de Maupertuis dispense de chercher une autre méthode pour résoudre le même problème.

Soient *F* & *E* les longueurs données de deux petits arcs



égaux du Méridien, par exemple, chacun d'un degré; soient  $s$  &  $f$  les sinus des latitudes moyennes de ces deux arcs; la formule générale, dans laquelle  $D$  représente la différence des deux axes, est  $D = \frac{E-F}{3(Ef-Fs)}$ . Et dans le cas où l'un des deux arcs mesurés est très-voisin de l'Equateur, la formule devient encore plus simple, elle se réduit alors à  $D = \frac{E-F}{3Ef}$ . C'est la seule dont nous avons besoin, pour comparer les degrés mesurés au Pérou, en France & en Lapponie.

Si dans cette dernière formule on fait  $F = 56750$  toises, c'est-à-dire, la valeur que j'ai attribuée au premier degré de latitude; & si on suppose que  $E = 57075$  toises, prises pour la longueur du degré du Méridien entre *Paris* & *Amiens*, en corrigeant l'arc & la distance (*Voy. art. XXVII. p. 240*), & en supposant que le Parallèle de  $49^d 23'$  partage ce degré en deux également; on trouvera la différence des deux axes de  $\frac{1}{303,6}$ ; c'est-à-dire, que le diamètre de l'Equateur étant supposé de près de 304 parties, l'axe en aura un peu plus de 303.

La différence des deux degrés mesurés est de 325 toises dans la supposition précédente: si on la réduit à 310 toises, soit en donnant, avec *M. Picard*, 15 toises de moins au degré de France, tel que *M. Picard* & *M. Cassini* l'avoient autrefois déterminé; soit en augmentant de 15 toises le premier degré de latitude, ce qui est, à très-peu près, conforme à la détermination de *M<sup>rs</sup>* les Officiers Espagnols, nos Compagnons de voyage\*; la différence des axes, au lieu d'être

\* Ces Messieurs fixent la longueur du premier degré de latitude à 56768 toises (*Observ. astr. y phys. Madrid, 1749, chap. V, page 295*).

de  $\frac{1}{303}$ , sera de  $\frac{1}{318}$ ; c'est-à-dire, que le numérateur de la fraction, qui exprime le rapport des axes, croîtra d'autant d'unités, qu'on aura retranché de toises de la différence des deux degrés.

A quelque degré de France qu'on compare le premier degré de latitude, on trouvera toujours, à peu près, le même rapport des axes. Si, par exemple, au lieu de choisir le  $49^d 23'$ , on aimoit mieux prendre le degré moyen entre les huit degrés un tiers, mesurés en France, lequel, suivant les nouvelles mesures, est de 57050 toises (*Mérid. de Paris vérif. page 114*), & répond au Parallèle de  $46^d 43'$ , la différence de ce nombre à 56750 toises, valeur que j'assigne au premier degré de latitude, seroit précisément de 300 toises, & on trouveroit la différence des axes  $\frac{1}{303,3}$ , au lieu de  $\frac{1}{303,6}$ .

Maintenant si c'est au degré du Méridien, mesuré en Laponnie par les Académiciens envoyés au Cercle polaire, que je compare mon premier degré de latitude de 56750 toises, supposant que le degré du Nord est de 57438 toises, & qu'il est partagé en deux parties égales par le Parallèle de  $66^d 20'$ , sensiblement le même que le Cercle polaire; je trouve que les axes diffèrent dans leur longueur de  $\frac{1}{210}$ : & si ayant égard à la réfraction, qui a dû diminuer d'environ une seconde l'amplitude de l'arc mesuré en Laponnie, on fait ce degré plus court de 16 toises, ou de 57422 toises, la différence des axes sera alors de  $\frac{1}{215}$ : de même que si, sans rien changer au degré de Laponnie, on augmentoit le degré voisin de l'Equateur de 16 toises, ou si l'on substituoit au mien celui de M<sup>rs</sup> les Officiers Espagnols.

Quant au rapport des axes de 177 à 178 toises, conclu.

par M. de Maupertuis (*Mes. du deg. entre Paris & Amiens, p. v & vi*), par la comparaison du degré du Méridien de Torneà à celui qu'il a aussi mesuré en France, entre Paris & Amiens, avec M<sup>rs</sup> Clairaut, Camus & le Monnier; c'étoit en supposant celui-ci de 57183 toises, tel qu'il résulroit de la nouvelle amplitude comparée à l'ancienne distance, en tirant celle-ci des mesures trigonométriques de M. Picard. Mais si on réforme cette distance (*Voy. art. précéd.*), & si l'on compare le nouveau degré qui en résulte de 57075 toises, à celui qui coupe le Cercle polaire, après l'avoir réduit à cause de la réfraction, à 57422 toises; on trouvera la différence des axes de  $\frac{1}{132}$ ; & on la trouveroit de  $\frac{1}{143}$ , si on employoit le degré moyen de France de 57050 toises, traversé par le Parallèle de 46<sup>d</sup> 43'.

Enfin on peut voir dans le livre de *la Mérid. de Paris vérif. page 114*, que le degré de longitude, mesuré en France sous le Parallèle de 43<sup>d</sup> 32', & comparé au degré de latitude correspondant, pareillement mesuré, donne la différence des axes de  $\frac{1}{169}$ .

Je ne parle point des autres rapports, trouvés par les degrés du Méridien mesurés en France, & comparés l'un à l'autre (*Ibid.*); ces degrés étant trop voisins & trop peu différens, pour qu'on puisse tirer des conséquences assez sûres de leur comparaison. Il suffit des résultats précédens, pour prouver combien de variété il se trouve entre les rapports des axes terrestres, conclus en comparant les longueurs des degrés mesurés à de grandes distances. Nous venons de voir que ce rapport varie depuis  $\frac{1}{132}$  jusques à  $\frac{1}{303}$ . M. Newton, par sa théorie, fixoit l'inégalité des axes à  $\frac{1}{230}$ .

Suivant un Theorème du même Auteur (*Phil. nat.*

Mm iij

## 262 MESURE DES TROIS PREMIERS

*Mémoires de  
l'Acad. 1735,  
page 98.*

*Princip. math. Lib. III, prop. XX*), & dont on doit la première démonstration à M. de *Maupertuis*, les degrés du Méridien doivent croître de l'Equateur au Pole, à très-peu près, comme les quarrés des sinus des latitudes; mais ni les mesures actuelles des degrés, ni les expériences de la longueur du Pendule sous différens Parallèles, ne peuvent se plier à cette loi.

*Mémoires de  
l'Acad. 1744,  
page 297.*

M. *Bouguer* a trouvé que les quatre mesures que nous avons des degrés terrestres, savoir; celles des degrés du Méridien, à *Paris*, à *Torneâ* & à *Quito*, & celle du Parallèle du  $43\frac{1}{2}$  degré en France, ne s'éloignent pas du rapport des quatrièmes puissances des sinus de latitude. Mais n'y a-t-il pas lieu de craindre que la mesure d'un nouveau degré, que j'ose prévoir que nous aurons bien-tôt & de bonne main, ne nous oblige à chercher un nouveau rapport, qui ne conviendrait peut-être pas mieux aux différences observées entre les longueurs du Pendule à différentes latitudes.

---

## ARTICLE XXXI.

### *Conclusion.*

DEUX grands hommes du siècle passé ont donné naissance à l'opinion de la Terre aplatie vers les Poles. *Huygens*, par la seule théorie des forces centrifuges, de laquelle il est l'inventeur, *Newton*, par des conséquences tirées de la même théorie, & de celle de son système de la Gravitation universelle, devenu aujourd'hui la clef de toute la Physique céleste, ont établi l'un & l'autre, que la Terre est un Sphéroïde, dans lequel l'axe de rotation est plus court que le

diamètre de l'Equateur. Les expériences de la longueur du Pendule à secondes à différentes latitudes, sont autant de preuves de fait de cette conséquence, commune aux deux systèmes. Les trois mesures des degrés du Méridien sous les trois-zones, confirmées par celle de deux degrés de longitude en France, ne permettent plus d'en douter; & cette vérité si long-temps contestée, est aujourd'hui universellement reconnue.

Mais autant la théorie, & les mesures actuelles, s'accordent à faire de la Terre un sphéroïde aplati vers les Poles, autant, comme on vient de le voir, diffèrent-elles sur la quantité de son aplatissement. Pour les concilier, on est obligé d'avoir recours à diverses suppositions; sur l'hétérogénéité des parties de la masse terrestre, sur les diverses densités, épaisseurs & figures des couches dont elle peut être composée, ou dont pourroit être pétri un noyau, qu'on supposeroit dans son intérieur: en un mot, sur les différentes combinaisons des parties solides & liquides, dont l'assemblage total forme la Terre. Tout ceci ouvre un vaste champ aux spéculations les plus profondes, & offre le sujet d'un grand nombre de problèmes, sur lesquels nos plus grands Géomètres\* se sont exercés. Trop à l'étroit dans l'enceinte du Monde physique, ils aiment à prendre l'effort dans la sphère des possibilités: le réel & l'intelligible sont également soumis aux démonstrations mathématiques.

Avouons que jusqu'ici les hypothèses, proposées sur la figure

\* Figure des astres, par M. de Maupertuis. Théorie de la figure de la Terre, par M. Clairaut. Précession des Equinoxes, par M. Dalember, Ch. IX<sup>e</sup> Voy. aussi dans les Recueils de l'Académie divers Mémoires de M. de Mairan, de M. Bouguer, & des Auteurs précédemment nommés.

de la Terre, sont, ou purement géométriques, ou absolument gratuites, ou sont trop de violence aux observations, en cherchant à les accorder. D'ailleurs, toutes ces hypothèses ont pour base commune la parfaite ressemblance, & l'uniformité de la courbure des Méridiens: elles supposent, je le répète, 1° Que tous les Méridiens se ressemblent: 2° Que leur courbure augmente ou diminue suivant une loi uniforme & régulière (a); or il est certain que ces suppositions ne sont au plus que probables: car qui nous assure que les parties internes de la masse terrestre sont assez homogènes, pour qu'on puisse tirer cette conséquence (b)? Les parties hétérogènes, au contraire, ne paroissent-elles pas inégalement, & irrégulièrement distribuées à toutes les profondeurs connues? Je ne prétens pas pour cela que la Terre soit une masse informe, bizarrement & grossièrement irrégulière; supposition aussi contraire à toutes les observations qu'à toutes les théories; mais rien ne nous prouve jusqu'à présent, que l'accourcissement successif du rayon de la Terre, de l'Equateur au Pole, au lieu de procéder uniformément, comme dans toute espèce d'ellipse, ne soit pas sujet; par mille causes physiques, à diverses anomalies sous différens

(a) Ceci étoit écrit long-temps avant que j'eusse lû ce que M. de Buffon a dit sur cette matière dans son ingénieux Système de la formation des Planètes, *Hist. natur. Tom. I, page 165*. J'y ai vu avec plaisir que nous sommes de même avis, quant à l'irrégularité possible de la courbure du Méridien.

(b) La ligne verticale pourroit changer d'un lieu à l'autre, par la même cause à laquelle M. Newton attribue en partie les différences irrégulières dans les expériences du Pendule: *U hæc discrepantia partim à dissimilitudine partium internarum terræ . . . oriri potuit. Phil. Nat. Princ. mathem. Tit. III, prop. XX.* Voy. le savant Commentaire des RR. PP. le Sueur & Jacquier.

Méridiens;

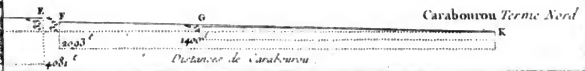
Fig I.

Quito au Perou .

4 lig. 4

Oyambaro

Source de l'Amazone  
au Perou .



Quito au Perou

Ouaona-Tarqui  
Terme Nord



Figure 9.

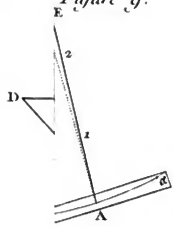


Figure 5.

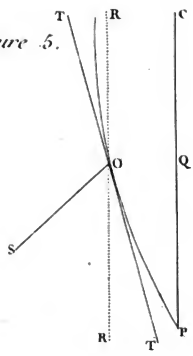
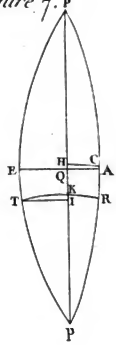


Figure 7.



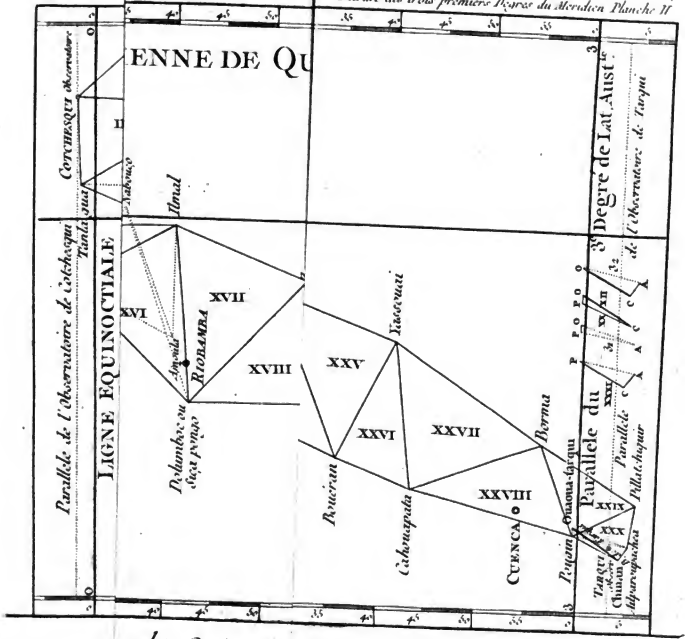




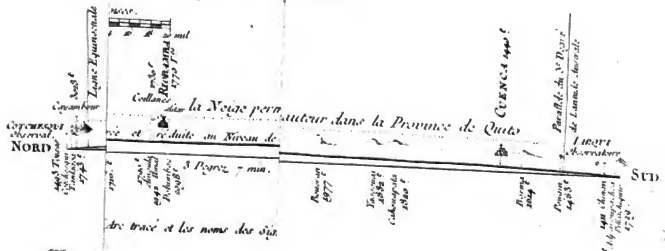
9.2.20

P. 264

Mesure des trois premiers Degrés du Méridien Planche II



de Quito sur  
les Montagnes les Andes

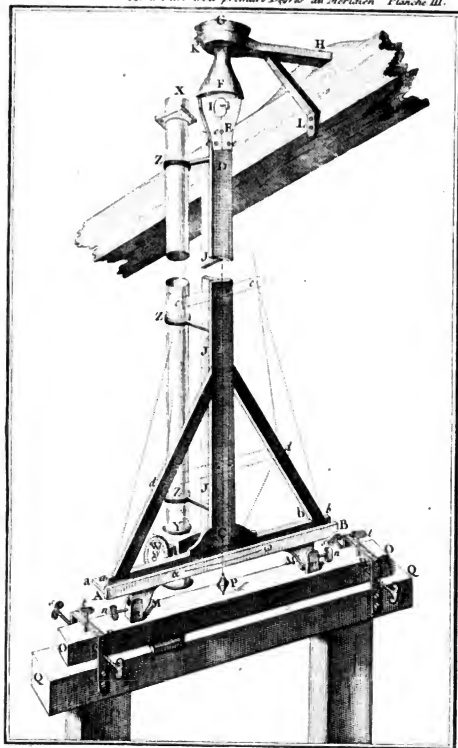




9.2.20

2264

Mesure des trois premiers Degrés du Meridien. Planché III.



J. B. de la Hire



Méridiens ; & sous le même Méridien , à des inégalités qui interromproient l'uniformité de sa courbure. Enfin quelque vrai-semblance qu'on veuille prêter à la supposition d'une courbure uniforme , & semblable dans tous les Méridiens , cette opinion a-t-elle plus de vrai-semblance que n'en avoit celle de la sphéricité de la Terre il y a un siècle ; & depuis le moment où l'on a commencé à philosopher , jusqu'au temps de *M. Huygens* , qui a le premier combattu ce préjugé philosophique avec des armes victorieuses ?

La circularité apparente de l'ombre de la Terre dans les éclipses de Lune ; les mêmes hauteurs du Pole , observées après avoir parcouru des distances égales , en partant d'une même latitude sous différens Méridiens ; les règles de la navigation , qui dirigent d'autant plus sûrement un vaisseau , qu'elles sont plus sûrement pratiquées , sont les plus fortes preuves , & peut-être les seules qu'on puisse alléguer contre le doute que j'ose ici proposer ; mais sans m'arrêter à affoiblir chacun de ces argumens en particulier & d'autres semblables , je demande seulement s'ils ont plus de force pour prouver l'uniformité & l'égalité de la courbure de la Terre , qu'ils n'en avoient pour prouver son exacte sphéricité : or l'opinion si ancienne & si universelle de cette exacte sphéricité est reconnue aujourd'hui pour une erreur dont il seroit bien difficile de pouvoir douter : nous en sommes à peine sortis , craignons de tomber dans une autre , en donnant trop à la conjecture. Avant que de décider que la Terre est un solide de circonvolution , attendons du moins que l'égalité de la longueur du Pendule à secondes , sous la même latitude , soit confirmée par des expériences qui n'ont pas encore été faites ; attendons que l'accroissement régulier des

266 *MESURE DES TROIS PREMIERS DEGRÉS, &c.*

degrés soit prouvé par des mesures qui n'ont pas été prises sous le même Méridien à de grandes distances\*, pour prononcer que la courbe du Méridien n'a point d'irrégularité; contentons-nous aujourd'hui de croire que la Terre a une moindre courbure vers les Poles que vers l'Equateur, puisque le raisonnement & toutes les mesures actuelles concourent jusqu'ici à le prouver; mais laissons au temps, & aux observations multipliées, à décider de l'uniformité de cette courbure, ainsi que de sa quantité.

\* Les mesures des degrés en Lapponie, en France, & en Amérique, sont fort éloignées d'être sous le même Méridien, & il n'y a pas deux expériences du Pendule faites sous le même Parallèle à différentes longitudes.

*F I N.*



# TABLE DES MATIERES

*Contenues dans la Mesure des trois premiers degrés du Méridien.*

## A

**ABERRATION** de la lumière, *pages* 127, 139, 170, 220. *Voy. aussi* Colonne V des Tables d'Observations, & *pages* 138, 168, 171, 178, 179, 183, 184, 215, 216.

**ANGLES.** Avec quel soin a été prise la mesure des Angles, 14 & 15. Angles de position observés entre les Signaux, Col. III de la Table des Triangles, 22 & suiv. & 43. Angles de hauteur & de dépression apparente, même Table, Col. VI, & *pag.* 46. Angles de position réduits à l'horizon, même Table, Col. VIII, & *pag.* 57. Pourquoi la Col. III de la Table est intitulée *Angles de position observés*, 43. Angles verticaux : avec quel Quart-de-cercle ils ont été observés, 46. Angles verticaux ont été quelquefois déduits du calcul, 48. Théorie de ce calcul, 50. Pourquoi on peut supposer sans erreur sensible que les trois Angles d'un Triangle réduits à l'horizon, forment un autre triangle rectiligne, 60.

**ANTOINE** de Ulloa (Don) l'un des deux Lieutenans de Vaisseau, envoyés par le Roi d'Espagne pour accompagner les Académiciens, 5. Se joint à *M<sup>rs</sup> Bouguer* & de la *Condamine* pour la mesure de la première Base, *ibid.* Mesure les angles des Triangles avec *M. Bouguer*, 12. Mesure la Base de *Targui* avec le même Académicien, 72. Publie à *Madrid* en 1748 une Relation du voyage, conjointement avec *Don George Juan*, 79.

**ARC.** Les plus grands sont les plus avantageux pour la mesure des degrés, 1 & 2. Arcs (cordes des). *Voy. corde.*

Arc terrestre : sa longueur mesurée par les triangles de la Méridienne, 101. Arc céleste (amplitude de l') compris entre les Parallèles des Observatoires de *Targui* & de *Cochelqui*, 221. Autre détermination de cet Arc, 222. Même amplitude connue par les observations simultanées, 226. Arcs différens du Méridien sous le Parallèle de *Paris*, mesurés en différens temps & par différens Observateurs, 239. Comparaison de l'Arc céleste mesuré par *M. Picard*, avec celui qui a été mesuré nouvellement en 1740, 242.

**ASTRONOMIE** fournit seule les moyens de connoître l'amplitude de l'arc du Méridien terrestre, 106.

**AXES.** Différens rapports des axes de la Terre, tirés de la comparaison des divers degrés mesurés, 258.

## B

**BASE** d'*Yaracqui*, sa mesure, 4. Son profil, *Pl. I. fig. 1.* La même mesure à différens niveaux, & réduite à celui de *Carabourou*, 5. Ses deux différentes mesures ne différencient pas de trois pouces, *ibid.* Réduite à la ligne droite inclinée, tirée d'un terme à l'autre, 9. Base de *Targui*, sa mesure, 71. Son profil, *Planche I. fig. 2.* Ses deux différentes mesures, prises sur le terrain, s'accordent à moins de trois pouces près, 71. Son nivellement & sa réduction au niveau de *Carabourou*, 73 & suiv. Comparaison de la mesure de cette Base à sa longueur calculée par la Suite des Triangles, 85. Base de *M. Picard.* erreur dans la mesure : Preuves, 247. Conjectures sur la cause de cette erreur, 248.

Nn ij

**BERNOULLI** (M. *Daniel*) : ses expériences sur le rapport des flexions des barres de métal, 147.

**BOUGUER** (M.) Ses observations dans l'Isle de l'*Inca*, 52. Dirige la construction de l'ancien Secteur, 108. Son procès verbal des Observations faites à *Targui*, 128. Celui des Observations faites à *Cotchques*, 159. Table des Observations qu'il a faites seul à *Targui*, 178. Table de celles qu'il a faites seul à *Cotchques*, 183. Fait construire un nouveau Secteur pour ses dernières Observations, 185. Son départ pour l'Europe, 119. Sa valeur du degré, 230. Voyez *Bale*, Observations, Table, &c.

**BRADLEY** (M.) découvre l'aberration de la lumière, & la Théorie, 127. Autre théorie d'un nouveau mouvement apparent dans les étoiles, *ibid.*

## C

**CAILLIE** (M. l'Abbé de la) publie en français la nouvelle Théorie de M. *Bradley* sur le mouvement apparent des Étoiles, causé par la nutation de l'Axe terrestre, 127. Mesure avec M. *Cassini de Thury* la distance de *Paris* à *Amiens*, 240, 241, 256 & suiv. Détermine la valeur du degré du Méridien en France, *ibid.* & 241. Mesure la Base de M. *Picard* avec M. *Cassini*, 246, 252. Vérifie la Méridienne de *Paris* à *Bruges*, 252. Mesure une nouvelle Base trois fois, *ibid.*

**CAMUS** (M.) l'un des Académiciens qui ont mesuré le degré en Laponnie & en France, 239, 241, 244 & 260.

**CANONNIÈRES & Tentes** employées pour Signaux, 41.

**CARABOUREU**, terme boréal de la Base d'*Arrouqui*, 6. Est le plus bas de tous les Signaux, & tous les Triangles ont été réduits à ce niveau, 7, 59 & 228. Sa hauteur au dessus du niveau de la Mer, 52. Température de l'air à *Caraboureu*, 81 & 82.

**CASSINI de Thury** (M.) propose de graduer un instrument par les parties

aliquotes du rayon, 121. Mesure la longueur de l'arc du Méridien entre *Paris* & *Amiens*, 241. Vérifie la Méridienne de *Paris*, 240. Détermine la longueur du degré du Méridien de *Paris* à *Amiens*, 240, 241, 256 & suiv. Vérifie la Méridienne de *Paris* à *Bruges*, &c. 252.

**CHALEUR** (expériences nouvelles sur la dilatation d'une Toise de fer par la), 5. En quelle raison elle augmente ou diminue dans la Province de *Quito*, 80. Son effet & celui du froid sur le Secteur, 141.

**CLAIRAUT** (M.) a étendu la théorie de l'aberration de la lumière, qui ont mesuré l'arc celeste entre *Paris* & *Amiens*, 239, 241, 244. Et l'un de ceux qui ont fixé la mesure du degré du Méridien en Laponnie, 260.

**COLONNE** première de la Table des Triangles : ce qu'elle contient, 40. Explication de la 2.<sup>e</sup> *ibid.* & 41. De la 3.<sup>e</sup> 43. De la 4.<sup>e</sup> 44. De la 5.<sup>e</sup> 45. De la 6.<sup>e</sup> 46. De la 7.<sup>e</sup> 49. De la 8.<sup>e</sup> 57. De la 9.<sup>e</sup> 59. De la 10.<sup>e</sup> 62. De la 11.<sup>e</sup> & 12.<sup>e</sup> 65.

**COMPARAISON** des diverses mesures du degré près de l'Equateur, par les trois Académiciens, avec divers instruments, 230 & suiv. Les diverses mesures du degré en France, 239 & suiv.

**CONVERGENCE** des Méridiens exige une réduction dans la direction conclue des côtés du Triangle à la Méridienne, 64, 69.

**CORDE**. On suppose que les cordes des arcs qui forment les côtés des Triangles de la Méridienne, sont égales aux arcs qu'elles soutiennent, & pourqu'on en peut supposer, 61. Corde égale à une partie aliquote du rayon a tenu lieu de graduation dans le Secteur, 117 & suiv.

**CORRECTIONS** diverses qu'il a fallu faire aux Angles observés dans la mesure des Triangles, p. 16 & suiv. Corrections extraordinaires, 20.

**COTCHESQUI**. Voy. *Observatoire* & *Obs.*



**COTES (M.)** Sa théorie de *astimione errorum*, employée par l'auteur, 21.

**COUPE** du terrain de la Méridienne, *Planche II. fig. 2*, 54.

**COURBURE** (effet de la) du rayon du Secteur, p. 147. *Voy. Erreur. Voy. Expériences.*

**CUENCA**. Les Académiciens & toute la Compagnie françoise y courent risque de la vie dans une émeute populaire, 109.

## D

**DEGRÉ** (mesure du). Sa détermination est d'autant plus exacte qu'on mesure une plus grande étendue de terrain, 1. La mesure géodésique du degré du Méridien établie dans ce Livre est tirée des observations propres à l'auteur, 13 & 231. Précautions qu'il a prises pour l'exécuter seul, 14. Détermination de la longueur du degré du Méridien aux environs de l'Equateur, 227 & 228. Valeur du degré du Méridien, tirée de quelques observations particulières de l'auteur, 233. Valeur tirée de celles des deux Officiers espagnols, 234. Inégalité des degrés du Méridien, 235. Sont plus petits près de l'Equateur que vers le Pole, pourquoi il suit de là que la Terre est aplatie vers les Poles! 236. Les différentes mesures du degré du Méridien en France, 239. Longueur du degré du Méridien entre *Paris* & *Amiens*, déterminée selon M. *Picard*, *ibidem*. Différence qu'y ont trouvé d'autres Astronomes, *ibid.* & 240. Longueur du degré du Méridien sous le Cercle polaire, 260.

**DIRECTION** des côtés des Triangles, *Voy. Méridienne*. La direction de la Base étant connue par rapport à la Méridienne, connoître la direction des autres côtés des Triangles, 63.

**DISTANCE** de deux lieux qui sont séparés par un terrain incliné, mesurée horizontalement : par quelle voie le peut réduire à la ligne droite, 5. Distance entre les Parallèles des Signaux, 29.

25 & suiv. Distance entre leurs Méridiens, *ibid.* & 65. De la cause qui a pu augmenter la distance apparente de l'étoile au zénith à *Targui* en 1739. 152 & suiv.

**DIVISION** de l'Ouvrage, 1. Division des degrés du Quart-de-cercle. Importance & difficulté de sa vérification. Comment elle a été faite, p. 17.

## E

**ELLIPSE**. Si l'on peut conclure que la Terre ait cette figure, par les seules observations faites jusqu'à présent, 237 & 238.

**EQUATION** pour la Somme des trois Angles observés, 44. Est quelquefois nulle, *ibid.* Equation à la longueur de la Méridienne pour une toise de différence sur la longueur de la Base, 25 & suiv. Equations employées pour réduire les différentes observations au temps des observations simulées, 127. Equation pour l'aberration de la lumière. *Voyez* Aberration. Equation pour la nutation de l'axe terrestre, 127. *Voy.* aussi la sixième Col. des Tables d'Observations astronomiques, citées au mot *Table* & à celui d'*Aberration*. Equation pour la précession des Equinoxes, *ibid.* 45 Col. des mêmes Tables.

**ENREURS** (deux sortes d') auxquelles est sujette la mesure des degrés, 1 & 2. Erreurs de chiffres. Moyen pratiqué pour les reconnoître & les vérifier, 15. Si toute erreur d'observation qui fera trouver trop long le dernier côté conclu des Triangles de la Méridienne, doit aussi nécessairement faire trouver trop longue la Méridienne calculée, 87 & suiv. Si l'alongement qu'une erreur dans l'observation d'un angle produit dans un côté de Triangle conclu par le calcul, emporte nécessairement l'alongement de la portion correspondante de la Mérid. 91. Erreur d'une toise sur la longueur de la Base de *Targui*, conclue par le calcul des Triangl. quelle différence elle produit sur la longueur de la Méridienne de *Quito*, 93 & suiv. Examen des diffé-

rentes causes d'erreur dans les observations, 141 & suiv. Causes d'erreur dans les observations faites à *Tarqui* en 1739, 142 & suiv. Erreur causée par la flexion du rayon du Secteur, en quel cas elle ne peut être d'une dangereuse conséquence, 143 & suiv. En quel cas elle peut devenir très-considérable, 155. De l'erreur possible dans la détermination de la valeur du degré du Méridien, 229. Quelle erreur peut comporter la mesure astronomique de M.<sup>rs</sup> *Bouguer* & de la *Condamin*, *ibid.* Quelle erreur peut comporter la mesure géodésique de l'auteur, 230. Erreur dans la mesure astronomique de M. *Picard*, 239. Erreur dans la Bate de M. *Picard* & preuves, 246 & suiv. Erreur dans la mesure géodésique de M. *Picard*, indépendamment de celle de sa Bate, 255. Par quelle compensation les erreurs commises par M. *Picard* l'éloignent si peu des nouvelles observations, 257. Erreur causée par l'aberration de la lumière. *Voy.* Aberration.

**ESPAGNOLE** (langue & orthographe), ne peut rendre certains noms peruviens, 42.

**ESPAGNOLS** (noms), écrits suivant l'orthographe espagnole, & pourquoi, *ibid.*

**ESPAGNOLS** (Officiers). *Voyez* Don *George Juan* & Don *Antoine de Ulloa*. Leur valeur du degré, 234.

**ETOILE** d'*Orion*, a principalement servi à déterminer l'amplitude de l'Arc céleste, d'où est tirée la mesure des degrés du Méridien, 116 & 121.

**ETOILES** d'*Antinno* & du *Verseau*, aussi observées pour la même fin, 122 & suiv.

**EULER** (M.) trouve un moyen pour perfectionner les Lunettes, 203. Détermine la longueur de l'espace occupé par le foyer d'un verre de lunette, 205.

**EXAMEN** des causes, &c. *Voy.* Erreurs.

**EXPERIENCES** sur la dilatation des métaux, 76 & suiv. Expériences nou-

velles sur une Toise de fer, 77. Sur la courbure que prennent des barres de fer par leur propre poids, 147.

## F

**FIGURE** de la Terre. *Voy.* Terre.

**FIL-à-plomb.** Le fil-à-plomb du Secteur étoit un fil de pite chargé d'un poids 192. Le poids n'a pas été plongé dans l'eau dans les dernières observation faites à *Tarqui*, & pourquoi, 194. Accident singulier arrivé au fil-à-plomb, *ibid.*

**FLEXION** de l'Instrument. *Voy.* Erreur.

## G

**GEORGE Juan** (Don) Lieutenant de Vaisseau en Espagne, envoyé par Sa Majesté Catholique, 5. A mesuré la Bate d'*Yarouqui* avec M. *Godin*, *ibid.* A mesuré les angles des Triangles de la Méridienne avec le même Académicien, 12. A publié un Recueil d'observations, 79. Ses expériences avec M. *Godin* sur la dilatation des métaux, *ibid.* Son calcul de la distance des Parallèles des Signaux, 231. A toujours opéré sur le terrain conjointement avec M. *Godin*, *ibid.* Sa détermination de la longueur du degré du Méridien, 234 & 259.

**GODIN** (M.) déclare qu'il est résolu de faire à part l'observation astronomique, 106. Sa mesure géodésique, 12 & 231. Propose de grader un Instrument par des parties aliquotes du rayon, 120. *Voy.* Tentes.

## H

**HAUTEURS** & abaissens respectifs des Sign. *Col. VII.* 22 & suiv. Comment ils sont désignés dans la Table des Tr. 49. Hauteur absolue des Signaux de la Mérid. 51 & suiv. Hauteur de *Carabouron*, le plus bas des Signaux, au dessus du niveau de la Mer, 53. Hauteur du Sol de quelques lieux de la Province de *Quito*, & des montagnes les plus remarquables, 56.

## I

**IMAGES** différentes d'un objet au foyer de l'objectif d'une Lunette. Divers Observateurs voyent une image différente, & le même Observateur ne voit pas toujours la même, 196, 197 & suiv.

## J

**JUAN** (Don George). Voy. *George*.

## K

**KERMADEC** (M. de) observe avec les Académiciens qui mesurent l'amplitude de l'arc du Méridien entre *Paris & Amiens*, 241.

## L

**LETTRES** qui distinguent les différens Quarts-de-cercle dont on s'est servi pour les mesures, 16 & 43.

**LIMBE**. Flexion de l'instrument dans le plan du limbe, 143. Limbe applani, 191.

**LIMITES** de l'erreur à laquelle est sujet le calcul pour la réduction de la Base à la ligne droite, 9. Limites des erreurs possibles dans la détermination de l'amplitude de l'arc, 239. Dans la détermination de la longueur de l'arc, 232. Dans la détermination de la valeur du degré, *ibid*.

**LONGUEUR** des côtés opposés aux Angles observés, sujet de la cinquième Colonne, 22, 24 & suivantes, & 45. Longueur des Bases mesurées sur le terrain, Voy. Base. Longueur des côtés horizontaux réduits au niveau de *Carabourou*, 23, 25 & suiv. D'où se peut conclure la longueur de la Méridienne, 62. Longueur totale de la Méridienne, 104.

**LUNETTE** fixe du Quart-de-cercle: vérification de sa position, 16. Lunette: son parallélisme au plan du Secteur, 148 & suiv. Le foyer de la Lunette varie suivant les différentes vûes, 199. Et pour la même vûe suivant les différens états de l'atmosphère, 201.

## M

**MAIRAN** (M. de). Sa mesure du Pendule à *Paris*, 257.

**MAUFERTUIS** (M. de). Ses remarques sur la flexion du rayon du Secteur, 146 & 157. A rendu sensibles les conséquences de la décroissance des degrés du Méridien quant à l'aplatissement de la terre vers les Pôles, 236. Sa mesure de l'amplitude de l'arc entre *Paris & Amiens*, & du degré du Méridien en *Laponie*. Voyez *Mesure*. Ses formules appliquées aux diverses mesures des degrés du Méridien, 238, 258 & suiv. Démontre le premier un Théorème de *M. Newton*, 262.

**MÉRIDIEN**. Inégalité de ses degrés. Voy. *Degré*.

**MÉRIDIENNE**. Table du calcul des Triangles de la Méridienne de *Quito*, 21 & suiv. Direction des côtes des Triangles par rapport à la Méridienne, Colonne X de la Table des Triangles, 23 & suiv. & 62. Longueur totale de la Méridienne, réduite au niveau, élevée de 1226 toises au dessus de la mer, 104.

**MESURE** géométrique de la Méridienne, particulière à l'auteur, 13. Moyenne entre celles de *M.<sup>rs</sup> Godin & Bouguer*, 232. Mesure de l'amplitude de l'arc du Méridien, compris entre les Parallèles de *Paris & d'Amiens*, par *M.<sup>rs</sup> de Maupertuis, Clairaut, Camus & le Monnier*, comparée à celle de *M. Picard*, 242 & suiv. Mesure de la longueur du même arc, par *M.<sup>rs</sup> de Thury & de la Caille*, 256. Examen de la mesure de la Base de *M. Picard*, 246 & suiv. Nouvelle mesure de cette Base, par *M. Cassini*, répétée cinq fois, 242, 252 & suiv. Mesure du degré du Méridien en *Laponie*, 260.

**MICROMÈTRE**: l'auteur s'en est toujours servi dans la mesure de ses Angles, & de deux manières différentes, 14. Détermination de la valeur des parties du Micromètre du Secteur de 12 pieds de rayon, 113. Remarque.

nouvelle sur l'usage du *Micromètre*, 209.

MONNIER (M. le) confirme par ses observations celles de M. *Bradley* sur l'aberration de la lumière, 127. Mesure l'arc céleste entre *Paris* & *Amiens*, 239, 241, 244. Prouve par plusieurs inversions du Secteur qui avoit servi aux observations en Laponie, qu'il ne varioit pas par le transport comme les instrumens ordinaires, 245. Mesure le degré du Méridien en Laponie & en France, 239, 241, 244, 260.

MORAINVILLE (M. de) seconde M. de la *Condamine* dans ses dernières observations à *Tarqui* en 1742, 189.

## N

NEWTON (M.) démontre la diverse réfrangibilité des rayons de lumière, 202. Détermine la longueur de l'espace occupé par le foyer des verres de lunettes, 205. Déduit l'aplatissement de la Terre vers les Pôles, de sa théorie de la gravitation jointe à celle des forces centrifuges, 263.

NIVEAU de *Carabourou*. Sa hauteur au dessus de la mer, 52. Terme austral de la première Base près de *Quito*, inférieur au niveau du terme septentrional de la seconde Base, & de combien, 80. Réductions au niveau. Voyez *Réduction*.

NOMS des lieux où étoient posés les Signaux, 22, 24 & suiv. Explication de la Colonne où sont contenus ces noms, 40 & suiv. Pourquoi ces noms sont écrits selon l'orthographe française, quoiqu'ils soient Indiens pour la plupart, 41 & suiv. Noms espagnols conservés dans leur orthographe, 40. Noms différens donnés au même lieu par les Indiens, d'où viennent ces différences, *ibid.*

NUTATION de l'axe terrestre (Equation pour la), 127. Voyez *Aberration* & Colonne 6.<sup>e</sup> des Tables astronomiques, citées *ibid.*

## O

OBJETS propres à tenir lieu de Signaux: communs en France, & manquoient dans le pays où les trois Académiciens ont opéré, 40.

OBSERVATEURS (noms des) & de leurs assistants, 5, 12 & 14.

OBSERVATIONS (liste des diverses) faites pour déterminer l'amplitude de l'arc céleste, 121 & suiv. Premières Observations à *Quito* en 1737, 121. Premières à *Tarqui*, au Sud de la Méridienne, en 1739, 122. Premières à *Cochesqui*, au Nord de la Méridienne, en 1740, 123. Secondes à *Quito* en 1740 & 41, *ibid.* Secondes à *Tarqui*, au Sud de la Méridienne, en 1741, 124. Troisièmes & dernières observations à *Quito* en 1742, 125. Troisièmes & dernières à *Tarqui*, au Sud de la Méridienne, en 1742 & 1743, correspondantes à celles de *Cochesqui*, & simultanées, *ibid.* Secondes & dernières à *Cochesqui*, au Nord de la Méridienne, en 1742 & 1743, correspondantes à celles de *Tarqui*, & simultanées, *ibid.* De quelles observations on a tiré la valeur du degré du Méridien, 126. Détail des premières observations faites à *Tarqui* en 1739, dans le procès verbal qui en fut fait sur les lieux, 128. Table des observations de  $\epsilon$  d'*Orion*, faites à *Tarqui* en 1739, & réduites au premier Janvier 1743, 138. Des causes qui peuvent nuire à la justesse des observations, 141. Détail des premières observations faites à *Cochesqui* en 1740, contenues dans un procès verbal fait à *Quito*, 159. Table des observations de  $\epsilon$  d'*Orion*, faites en commun à *Cochesqui* en 1740, 168. Détail des observations de la même étoile à *Quito*, 171. Remarques sur ces observations, *ibid.* Table des observations de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion*, faites à *Tarqui* en 1741 par M. *Bouguer*, 178. Remarques sur les observations de la Table précédente, 180. Détail des dernières observations faites à *Cochesqui*.

*Cochesqui*, 183. Remarques sur ces observations, 184. Détail des dernières observations faites à *Targui* par l'auteur, 215. Remarques sur ces observations, 217. Observations simultanées, faites aux deux extrémités de la Méridienne, 225. Préférables aux autres & pourquoi, 226.

OBSERVATOIRE de *Targui*, en quel endroit placé, 113. Observatoire de *Cochesqui*, 159. Leur situation par rapport aux Signaux de *Chinan* & de *Cochesqui*, 193.

ORDRE & plan des Triangles de la Méridienne de *Quito*, 23, 24 & suiv. Explication de la Colonne qui les renferme, 49.

ORION (étoile  $\alpha$ ) sert aux Observateurs à mesurer l'amplitude de l'arc du Méridien, 116. Pourquoi la distance de cette étoile au zénith, a paru plus petite que la vraie en 1739, 154. Observations de l'étoile  $\alpha$  d'Orion. Voy. Observations.

OYAMBARO, terme austral de la Base, 6. Sa hauteur au dessus de *Carachorum*, terme boréal de la même Base, 82. La température de l'air d'*Oyambaro*, *ibid.*

## P

PARALLAXE des fils au foyer de la Lunette, 195. Variable pour les différentes vues, & pour la même vue en différens temps, 196. Quand aperçue, 198. Sa théorie, 200 & suiv. Manière de l'éviter, 207.

PARALLÉLISME: on a eu égard au défaut de parallélisme de la lunette au rayon du Quart-de-cercle dans les observations des Angles, 16. Examen du parallélisme de la lunette au plan du Secteur de 12 pieds, 149 & suiv. & 191. Ce parallélisme se peut vérifier par l'inversion de l'instrument, ainsi que la position de la lunette, 149 & suiv.

PENDULE. Voy. *Ficard*, *Mairan*.

PERCHES qui ont servi à mesurer les Bases sous l'Équateur, comparées cha-

que jour à la Toise de fer, 82. Quelles & comment employées? Conjectures sur celles de *M. Picard*. Remarques sur celles de *M. Cassini*, 248—251.

PICARD (M.) Erreur dans sa mesure astronomique, 239 & suiv. Examen de sa Base & de sa mesure géodésique, 246 & suiv. Sa mesure du Perimètre à *Paris*, 247.

POUCES (quelques) de plus ou de moins sur la longueur de la Base ne font d'aucune importance pour la mesure du degré, 9. Les deux différentes mesures des Bases d'*Yarouqui* & de *Targui* ne diffèrent que de deux ou trois pouces, 5 & 72.

PRÉCAUTIONS particulières prises dans les dernières observations faites à *Targui* en 1742 & 1743, 187.

PRÉCESSION des Equinoxes (équation pour la), 127. Voy. aussi Equation.

PROCÈS verbal des observations faites à *Targui* en 1739, 128. Des observations faites à *Cochesqui* en 1740, 159 & suiv.

## Q

QUART-de-cercle: avec quels Quarts-de-cercle ont été mesurés les Angles, 13, 15 & 16. Erreurs de leur division. Voy. Division & Vérifications. Comment ont été distingués dans la Table des Triangles les angles observés avec les différens Quarts-de-cercle, 15, 16, 43, 44 & 48. Quel est le Quart-de-cercle désigné  $d$ , & celui désigné  $e$ , 43 & 44.

QUITO (Province de), pays de montagnes, 5. Hauteur du sol de *Quito*, 16. Détermination des points des Triangles de la Méridienne à l'égard de *Quito*, 66. Tour de l'église de la *Merci* à *Quito*, point de section de la Méridienne & de la Perpendiculaire de *Quito*, & pourquoi choisi, 67. Température de l'air à *Quito*, 80.

## R

RÉDUCTION au centre, correction nécessaire aux Observations des angles

des Triangles, 19. Réduction des angles à un plan horizontal, & de quelle conséquence elle étoit, 46. Ce qu'elle suppose, *ibid.* Réduction des angles observés en différens plans à l'horizon, sujet de la huitième Colonne, 23, 25 & suiv. 57. Comment se fait cette réduction, 57 & suiv. Procédé que l'auteur a suivi dans la réduction de tous les côtés des Triangles horizontaux au même niveau, 59. Réduire un angle à l'horizon, ce que c'est, 60. La Réduction a été faite par la Trigonométrie sphérique, & pour quoi? 61. Réduction de la distance des Parallèles des deux Signaux extrêmes à celle des deux Observatoires de *Cochelqui* & de *Targui*, 103. Réductions des observations des étoiles à une même époque, 126. Méthode pour conclure l'amplitude de l'arc mesuré du Méridien sans aucune réduction, 221. Réduction du degré au niveau de la Mer, 228.

RÉFRACTION des objets terrestres, quelle est la quantité de la réfraction qui altère les deux angles de hauteur & de dépression de deux objets vus réciproquement, 50. Réfraction astronomique, de combien elle change les distances observées de l'étoile au zénith, 222 & 225.

RÉFRANGIBILITÉ diverse des rayons de lumière, comment elle peut occasionner de la diversité dans les observations, 202 & suiv.

RÉSULTAT des nouvelles expériences faites sur l'allongement d'une Toite de fer par la chaleur, 78. Résultat des suppositions faites sur les erreurs qui peuvent faire juger la Mérid. trop longue, 94. Résultat des différentes suites d'observations, voy. les Tables d'observations, 138, 168, 171, 178, 183, 215, 225, & 229 & suiv. Résultat des observations correspondantes aux deux extrémités de l'arc, 222. Résultat des observations simultanées, faites pour déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien, 222, 225 & suiv. Résultat des suppositions faites sur les erreurs qui

ont pu se glisser dans la détermination de l'amplitude & de la longueur de l'arc, 222.

## S

SABLE noir métallique que l'aiguille attire, 189.

SECTEUR. Changemens faits au Secteur de douze pieds, apporté de France, 106. Description de ce Secteur dans sa nouvelle construction, 109 & 110. Arc tracé sur ce Secteur, 116. Moyens qu'on emploie pour tracer l'arc du Secteur, 118. Effet du froid & du chaud sur ce Secteur, 141. Effet de la flexion de ce Secteur dans le plan du limbe, 143. Dans un plan perpendiculaire à celui du limbe, 147 & suiv. Pourquoi le Secteur, tel qu'il a été transporté de France à *Quito*, n'étoit pas propre pour les observations qui devoient déterminer l'amplitude de l'arc du Méridien, 172. Changemens faits au Secteur par M. Bouguer, 169, 169, 182. Autre Secteur construit à *Quito* pour les dernières observations de M. Bouguer à *Cochelqui* en 1742, 195 & suiv. Secteur de M. Graham, 127, 144, 155, 244. Secteur démonté & rassemé par M. de la Comdaine, 187 & suiv. Suspension du Secteur perfectionnée, 188 & suiv.

SIGNAUX. Attention des Observateurs dans l'ordonnance & la disposition des Signaux qui devoient terminer leurs Triangles, 10. Noms des lieux où ils étoient posés, Tab. Col. II, 22, 24 & suiv. Leurs hauteurs & leurs dépressions respectives, même Tab. Col. VII, 23, 25 & suiv. Distance entre leurs Parallèles, *ibid.* Col. XI. Distance entre leurs Méridiens, *ibid.* Col. XII. Dénommés par lettre initiale dans le calcul de chaque Tr. de la Tab. 40. Signaux artificiels, pourquoi les Observateurs ont été obligés d'y avoir recours. De quoi construits. Les tentes & canonnières employées à cet usage, 41. Signaux : la plupart de ceux employés par les trois Observateurs ont

des noms indiens, *ibid.* Pourquoi le nombre qui exprime leur distance se trouve répété dans la Table, 45. Deux Signaux peuvent paroître réciproquement assésés sous l'horizon, 50. Table de la hauteur absolue des Signaux, 55. Quel a été le plus bas de tous, 228.

**SPHÉROÏDE.** La terre est un Sphéroïde aplati vers les Poles, 62, 236 & suiv. Divers rapports des axes du Sphéroïde terrestre, tirés de la comparaison des divers degrés mesurés, 258.

**SUITE** (de Triangles) : on en a formé deux pour mesurer la Méridienne, 12. De combien de Triangles chacune, & en quoi elles diffèrent, *ibid.* & suiv. Autre Suite non employée, 86. Suite d'observations, ce qu'on a appelé différentes Suites d'observations, 122.

**SUPPOSITIONS** (fausses), employées à propos facilitent les calculs sans induire en erreur, 62. Ce qui résulte des suppositions forcées d'erreurs possibles dans la détermination du degré, 232.

## T

**TABLE** des Triangles, à quel dessein l'auteur l'a dressée, 3. Table des erreurs du Quart-de-cercle, 18. Table du calcul des Tr. de la Mérid. de *Quito*, 22 & suiv. Table de la hauteur des Signaux de la Mérid. de *Quito* au dessus du niveau de la Mer, 55. Explic. des col. de la Table des Triangles, 40 & suiv. Table de la hauteur des Signaux de la Méridienne de *Quito*. Table des distances des Signaux à la Méridienne & à la Perpendiculaire sur la Méridienne de la Tour de la *Alerci de Quito*, réduites au niveau de *Carrabourou*, le plus bas de tous les Signaux, 68 & 69. Table d'observations de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* à *Targui* en 1739, 138. Remarques sur les observations de cette Table, 139. Table d'observations de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion*, faites en commun à *Conchepqui* en 1740, 168. Remarques sur les observations de cette Table, 169. Table des observations de la même étoile à

*Quito* en deux différents endroits, &c. 171. Remarques sur la Table de ces observations, *ibid.* Table des observations de la même étoile, faites à *Targui* en 1741 par M. *Bouguer*, 178 & 179. Remarques sur ces observations, 180 & suiv. Table des distances de la même étoile au zénith de *Conchepqui*, observées par M. *Bouguer* à la fin de 1742, 183 & 184. Remarques sur les observations de cette Table, 184. Table des distances de l'étoile  $\epsilon$  d'*Orion* au zénith de *Targui*, observées par l'auteur en 1742 & 1743, réduites au premier Janvier 1743, 215 & 216. Remarques sur les observations de cette Table, 217 & suiv.

**TARQUI** (plaine de), terrain uni propre aux observations, 17. *Targui* (Bale de). Voy. Bale. Température de l'air dans la prairie, 83. Distance de son Observatoire au Sign. 104. *Targui* (observations faites à). Voy. Observations. Observatoire de *Targui*, 113.

**TEMPÉRATURE.** Voy. Chaleur. *Quito*, *Targui*, *Yarouqui*.

**TENTES & Canonnières** employées pour Signaux, 41.

**TERRE.** Question de sa non-sphéricité décidée, 234 & suiv. Sa figure est celle d'un Sphéroïde aplati, 62, 237. Preuve, 236. La quantité de son aplatissement ne peut se déterminer que par des hypothèses, 262.

**THERMOMÈTRE** de M. de *Reaumur*, 79, 142 & *passim*.

**THURY** (M. de). Voy. *Cassini*.

**TOISE.** Description de la Toise de fer qui a servi à régler les mesures, 75. Modèle déposé à l'Académie, 76. Expériences pour constater son allongement par le chaud, & la contraction par le froid, 76 & 77. Résultat des expériences faites sur l'allongement d'une Toise de fer par la chaleur, 78. Pourquoi le résultat des expériences faites à *Quito* par M. *Codini* & Don *George Juan* ne s'accordent pas à celles de M. de la *Condamine* sur la dilatation d'une Toise de fer, 79.

# X      TABLE DES MATIÈRES.

note (b). Comparaison de la longueur de la Toise lors de la mesure des deux Bases, 80. Quel degré marquoit le Thermomètre à Paris lorsque la Toise de fer qui a servi aux mesures, a été étalonnée, 85.

TRANSVERSALES : l'auteur ne les a jamais employées dans la mesure de ses Angles, 14.

TRIANGLES. Exposition du système de Triangles formés pour mesurer la Méridienne de *Quito*, 10. Attention que l'on a eue dans leur disposition, 11. Triangles, on en a formé deux Suites qui donnent trois Mesures trigonométriques complètes, & indépendantes les unes des autres, 12 & suiv. outre une autre Suite non employée, 86. Table des Triangles de la Méridienne de *Quito*, 21 & suiv. Les Triangles auxiliaires inférés dans la Suite des Triangles de la Méridienne, rapprochent la longueur de la Base de *Torqui* calculée, de sa longueur mesurée, 86.

TRIGONOMÉTRIE sphérique : moyen le plus commode pour réduire les Angles à l'horizon, 57, 60, 61.

## U

ULLOA (Don Antoine de). Voyez *Ausius*

## V

VERGUIN (M.) mesure la première Base avec M<sup>re</sup> *Bouguer* & de la *Condamine*. Mesure la seconde Base avec M. de la *Condamine*. Fait la Carte du terrain de la Méridienne. Observe avec les mêmes Académiciens à *Targui* en 1739, & à *Cochelqui* en 1740, 137. Ses certificats, 167.

VÉRIFICATIONS des erreurs des divisions du Quart-de-cercle employé aux observations géodésiques de l'auteur, 17. Vérification double du Secteur. Voy. Parallélisme.

VOYAGES entrepris pour déterminer la figure de la Terre. Quel en a été le motif, 237.

## Y

YAROUQUI (Base d'). Voy. Base. Température de l'air dans la plaine d'*Yarouqui*, 81 & 82.

## Z

ZÉNITH. Manière d'observer la distance d'une étoile au zénith sans le secours des divisions ordinaires, 116. Comment se conclut la distance apparente de l'étoile au zénith par cette méthode, 128. Vérification de la Lunette au zénith, 149 & suiv.

*Fin de la Table des Matières.*









